UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1050 — Matematikk for anvendelser 1
Eksamensdag:	Tirsdag 8. juni 2021
Tid for eksamen:	09.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Alle

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Alle punktene (1a, 1b, 2 osv.) teller i utgangspunktet likt i sensuren. Dersom det er et punkt du ikke får til, kan du likevel bruke resultatene derfra i senere punkter. Husk å begrunne svarene dine.

Alle hjelpemidler er tillatt (bøker, notater, kalkulator, dataprogrammer osv.), men du har ikke lov til å kommunisere med andre under eksamen (dette inkluderer å stille eller besvare spørsmål på nettsider). Du må gjerne bruke dataprogrammer, men du må forklare hvilke programmer du bruker og hvilken input du gir dem, slik at det mulig å følge argumentasjonen din. Svar som viser matematisk forståelse og matematiske ferdigheter, vil gi bedre uttelling enn svar som bare krever inntasting i et dataprogram. Svar som ikke er begrunnet, vil få null poeng i sensuren.

Oppgave 1 (20 poeng)

Regn ut dobbeltintegralene:

a) $\iint_R (x+y)\,dA$ der $R = [0,2] \times [0,1]$.

b) $\iint_R 2xy\,dA$ der R er det begrensede området i første kvadrant avgrenset av kurvene $y = x^3$ og $y = 4x$.

Oppgave 2 (10 poeng)

Løs ligningen $(2+i)z + 4 = 2iz - 3i$ og skriv løsningen på formen $z = a + bi$.

Oppgave 3 (20 poeng)

a) Finn likevektspunktet til systemet

$$\begin{aligned} x' &= 3x + 2y + 4 \\ y' &= 3x - 2y + 2 \end{aligned}$$

og avgjør hva slags likevektspunkt det er.

(Fortsettes på side 2.)

b) Finn løsninger $x(t)$ og $y(t)$ av differensialligningssystemet

$$\begin{aligned} x' &= 3x + 2y \\ y' &= 3x - 2y \end{aligned}$$

slik at $x(0) = 9$ og $y(0) = 1$.

Oppgave 4 (20 poeng)

a) Vis at vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y) = (e^{x+y^2} + 3x^2, 2ye^{x+y^2} - 1)$$

er konservativt og finn en potensialfunksjon.

b) Finn verdien til linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ (også betegnet ved $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}_C \, ds$) der C er kurven parametrisert ved $\mathbf{r}(t) = (t^3, 2t)$, $0 \le t \le 1$.

Oppgave 5 (10 poeng)

Regn ut linjeintegralet $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ (også betegnet ved $\oint_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}_C \, ds$) der $\mathbf{F}(x, y) = (\cos x^3 + xy, e^{\sin y^2} + yx^2)$ og C er omkretsen til rektanglet $R = [0, 2] \times [0, 1]$, orientert mot klokka.

Oppgave 6 (20 poeng)

I denne oppgaven er f funksjonen gitt ved

$$f(x, y) = x^2 + 6xy - y^3 - 15y$$

a) Finn de kritiske punktene til f.

b) Avgjør om de kritiske punktene er lokale minimumspunkter, lokale maksimumspunkter eller sadelpunkter.

Oppgave 7 (10 poeng)

Finn største og minste verdi til funksjonen $f(x, y) = x^2 + y^3$ når $x^2 + 3y^2 = 12$.

SLUTT