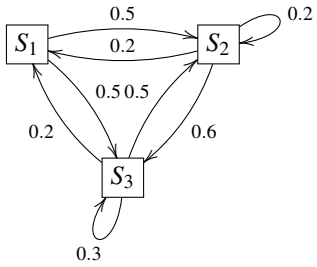
Oppgave 1. *Et dynamisk system kan illustreres med følgende boks-diagram*



Skriv opp den tilhørende overgangsmatrisen til diagrammet og vis at

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 26 \\ 60 \\ 70 \end{pmatrix}$$

er en likevektstilstand for modellen.

Oppgave 2. *La $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være lineæravbildningen gitt ved $T\mathbf{v} = A\mathbf{v}$ der A er 2×2-matrisen*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut det karakteristiske polynomet til T og finn egenverdiene.

b) Finn de tilhørende egenvektorene og vis at egenvektorene til A danner en basis for $\mathbb{R}^2$.

c) La $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Skriv $\mathbf{w}$ som en lineær kombinasjon av egenvektorer for A.

d) Regn ut $T(\mathbf{w})$ og $T(T(\mathbf{w}))$. Finn et uttrykk for $T^n(\mathbf{w})$ for en vilkårlig n. Vi skriver $T^n(x)$ for sammensetningen $T \circ T \circ T \circ \cdots \circ T$ (n ganger).

Oppgave 3. *La $\mathscr{P}_2$ være vektorrommet av polynomer av grad mindre enn eller lik 2 utstyrt med indreproduktet*

$$\langle f(x), g(x) \rangle = f(-1)g(-1) + f(0)g(0) + f(1)g(1)$$

a) Vis at polynomene $\frac{1}{\sqrt{2}}x$ og $x^2 - 1$ begge har lengde 1 og at de står normalt på hverandre.

b) Finn en ortonormal basis for polynomer i $\mathscr{P}_2$ relativt til dette indreproduktet.

Oppgave 4. *Vi skal sette sammen to stive bevegelser. Den ene, T_1, er en rotasjon mot klokka med en vinkel $\frac{\pi}{2}$ om punktet $(1,1)$, og den andre, T_2, er refleksjon om linja $y = -x$.*

a) Skriv opp formler på formen $T_i(\mathbf{v}) = A_i\mathbf{v} + \mathbf{b}_i$ for de to avbildningene.

b) Regn ut komposisjonene $T_1 \circ T_2$ og $T_2 \circ T_1$. Finn eventuelle fikspunkter.

c) Hva slags avbildning er $T_1 \circ T_2 + T_2 \circ T_1$?