UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1060 — Matematikk for anvendelser 2
Eksamensdag:	Torsdag 9. juni 2022
Tid for eksamen:	15.00 – 19.00
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ett tosidig A4-ark med valgfri tekst (håndskrevet eller trykt) og godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Eksamen inneholder 10 deloppgaver, som hver teller like mye.

Oppgave 1

(a) Bestem egenverdiene til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$$

(b) Finn en basis for $\mathbb{R}^2$ som består av egenvektorer for A.

Oppgave 2

Vi betrakter matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Nullrommet til A består av alle vektorer $\mathbf{x}$ i $\mathbb{R}^3$ slik at $A\mathbf{x} = 0$. Bestem dimensjonen til nullrommet.

(b) Bestem rangen til A.

Oppgave 3

La S_1 være speilingen (=refleksjonen) av $\mathbb{R}^2$ i linja $x = y$, og la S_2 være speilingen av $\mathbb{R}^2$ i linja $y = -3$. Her er x, y de vanlige koordinatene på $\mathbb{R}^2$.

(a) Uttrykk S_1 og S_2 på formen

$$S_1(\mathbf{x}) = A_1\mathbf{x} + \mathbf{v}_1, \quad S_2(\mathbf{x}) = A_2\mathbf{x} + \mathbf{v}_2,$$

(Fortsettes på side 2.)

hvor A_1 og A_2 er ortogonale 2×2 matriser, og $\mathbf{v}_1$ og $\mathbf{v}_2$ er vektorer i $\mathbb{R}^2$.

(b) Bestem fikspunktmengden til sammensetningen $T = S_1 \circ S_2$. Hva slags isometri er T ?

Oppgave 4

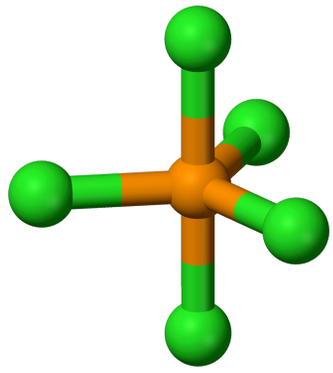
Vi betrakter matrisen

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Vis at A er en ortogonal matrise.

(b) Finn alle vektorer $\mathbf{x}$ slik at $A\mathbf{x} = \mathbf{x}$. Hva slags isometri i $\mathbb{R}^3$ representerer matrisen A ?

Oppgave 5



(a) Beskriv gruppen av orienteringsbevarende symmetrier til fosforpentaklorid PCl_5.

(b) Har dette molekylet noen orienteringsreverserende symmetri? Gi i så fall et eksempel på en slik symmetri.

SLUTT