17. april 2023

MAT 1060

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 27. april 2023, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer og være levert før innleveringsfristen.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

Spesielle regler for denne obligatoriske innleveringen:

For å få godkjent denne obligatoriske oppgaven stilles det ingen krav ut over at bevarelsen er levert i Canvas innen fristen. I prinsippet er det altså tilstrekkelig å levere et blankt ark. Men det må skje innen tidsfristen. Tilbakemeldingen på besvarelsen vil inneholde en samlet karakter. Dette er en ikke-tellende karakter som kun er ment som en veiledning i hva som kreves til eksamen.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

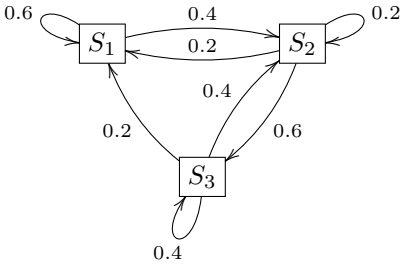
www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Alle 10 delspørsmålene teller like mye (0-10 poeng) og gjeldende karakterskala er som følger:

A	92-100
B	77-91
C	58-76
D	46-57
E	40-45
F	0-39

Oppgave 1. Et dynamisk system kan illustreres med følgende boks-diagram



Skriv opp den tilhørende overgangsmatrisen til diagrammet og vis at

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ 60 \\ 60 \end{pmatrix}$$

er en likevektstilstand for modellen.

Oppgave 2. La $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være lineæravbildningen gitt ved $T\mathbf{v} = A\mathbf{v}$ der A er 2×2-matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut det karakteristiske polynomet til T og finn egenverdiene.

b) Finn de tilhørende egenvektorene og vis at (eller forklar hvorfor) egenvektorene til A danner en basis for $\mathbb{R}^2$.

Oppgave 3. En symmetrisk 3×3-matrise er gitt ved

$$Q = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut determinanten til matrisen.

b) Vis at $Q^2 = Id$.

c) Bruk a) og b) til å vise at Q er ortogonal og at den beskriver en refleksjon i $\mathbb{R}^3$.

Oppgave 4. En isometri i planet er gitt ved

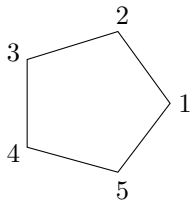
$$T(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{v} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Finn fikspunktmengden til T og avgjør hva slags isometri T er.

b) Regn ut T^2. Hva slags isometri er dette?

c) Hva er ordenen til T?

Oppgave 5. En regulær femkant K er gitt som på figuren



La $\mu = (12345)$ være en rotasjon av K og $\rho = (12)(35)$ være en refleksjon. Vis at $\rho\mu\rho = (15432)$.