3. april 2024

MAT1060

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 25. APRIL 2024, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Denne obligatoriske oppgaven består av fire oppgaver. Tre av disse må godkjennes for at oppgaven totalt skal godkjennes. I tillegg til den endelige innleveringsfristen 25. april, vil det være mulig å levere inn

- Oppgave 1 og Oppgave 2 i Canvas innen 11. april, klokken 14:30.
- Oppgave 3 og Oppgave 4 i Canvas innen 18. april, klokken 14:30.

Det vil bli gitt tilbakemeldinger på oppgaver som leveres inn til disse fristene. Da vil du enten få vite at oppgaven er godkjent eller hvordan løsningen må utbedres.

Oppgave 1. I denne oppgaven er

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Det er oppgitt at matrisen A^2 kun har to egenverdier, nemlig

$$\lambda_1 = 1 \qquad \text{og} \qquad \lambda_2 = 16.$$

Bruk dette til å finne fire tall som egenverdiene til A *kan* være.

(b) Regn ut det karakteristiske polynomet til A.

(c) Bruk (b) og (c) til å finne egenverdiene til A.

Oppgave 2. Betrakt isometrien av planet gitt ved

$$m(x, y) = (y, x + 2).$$

(a) La $P_0 = (0, 0)$. Regn ut

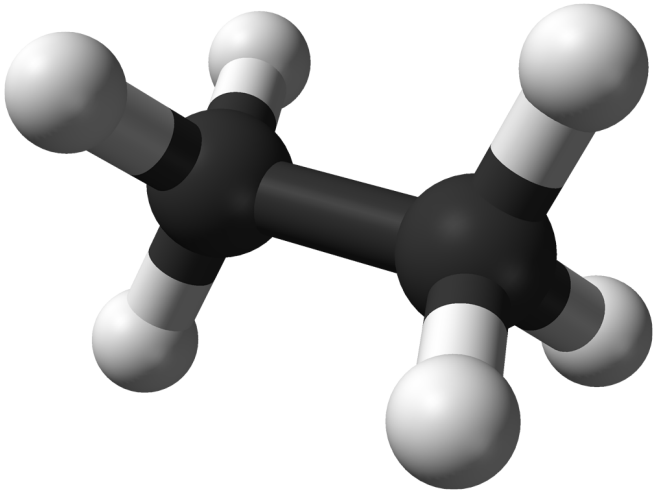
$$P_1 = m(P_0) \qquad P_2 = m(P_1) \qquad P_3 = m(P_2) \qquad P_4 = m(P_3)$$

og tegn disse fem punktene i planet. Bruk tegningen til å gjette hva slags isometri m er.

(b) Finn en ortogonal 2×2-matrise A og en vektor $\mathbf{b}$ slik at

$$m(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}.$$

(c) Regn ut fikspunktmengden til m. Bruk dette og (b) til å bekrefte (eller avkrefte) gjetningen fra A.



Figur 1: C_2H_6.

Oppgave 3. I denne oppgaven ser vi på vektorene

$$\mathbf{u} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad \mathbf{v} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}.$$

(a) Regn ut $\|\mathbf{u}\|$, $\|\mathbf{v}\|$, og $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$.

(b) Det finnes nøyaktig to forskjellige vektorer $\mathbf{w}$ slik at matrisen

$$A = \big(\mathbf{u} \,|\, \mathbf{v} \,|\, \mathbf{w}\big)$$

er ortogonal. Finn de to vektorene.

(c) La $\mathbf{w}_1$ og $\mathbf{w}_2$ være vektorene fra (b) og la A_1 og A_2 være de to matrisene. Finn fikspunktmengdene til avbildningene

$$m_1(\mathbf{x}) = A_1\mathbf{x} \qquad \text{og} \qquad m_2(\mathbf{x}) = A_2\mathbf{x}.$$

Hva slags isometrier er m_1 og m_2?

Oppgave 4. I denne oppgaven betrakter vi et Etan-molekyl (see Figur 1).

(a) Beskriv symmetrigruppen til molekylet. *Hint.* Det er 12 elementer.

(b) Er gruppen abelsk?