4. april 2025

MAT 1060

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 24. april 2025, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Navn: _____

For å få godkjent oppgaven må den leveres inn i Canvas. Du velger selv hvor mye du vil svare på, og du vil få tilbakemelding på det du har levert. Oppgaven er utformet på samme måte som en eksamensoppgave, og vil gi deg god trening i det du kommer til å møte på eksamen. I tillegg til tilbakemeldinger vil du få en karakter på oppgaven. Karakteren har ingen betydning ut over å gi et innblikk i hvordan besvarelsen ville ha blitt evaluert. Karakteren blir gitt på bakgrunn av de delspørsmålene som er besvart. Blanke oppgaver vil ikke telle med i vurderingen.

Jeg ønsker å bli evaluert på følgende delspørsmål (kryss av):

1	2a	2b	3a	3b	3c	4a	4b	4c	5

Alle 10 delspørsmålene teller like mye (0-10 poeng) og gjeldende karakterskala er som følger (av 100):

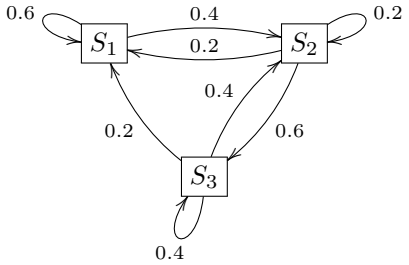
A	B	C	D	E	F
92-100	77-91	58-76	46-57	40-45	0-39

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgave 1. Et dynamisk system kan illustreres med følgende boks-diagram



Skriv opp den tilhørende overgangsmatrisen til diagrammet og vis at

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 60 \\ 60 \\ 60 \end{pmatrix}$$

er en likevektstilstand for modellen.

Oppgave 2. La $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ være lineæravbildningen gitt ved $T\mathbf{v} = A\mathbf{v}$ der A er 2×2-matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut det karakteristiske polynomet til T og finn egenverdiene.

b) Finn de tilhørende egenvektorene og vis at (eller forklar hvorfor) egenvektorene til A danner en basis for $\mathbb{R}^2$.

Oppgave 3. En symmetrisk 3×3-matrise er gitt ved

$$Q = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Regn ut determinanten til matrisen.

b) Vis at $Q^2 = Id$.

c) Bruk a) og b) til å vise at Q er ortogonal og at den beskriver en refleksjon i $\mathbb{R}^3$.

Oppgave 4. En isometri i planet er gitt ved

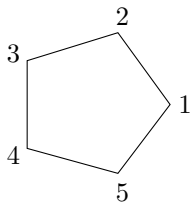
$$T(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{v} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Finn fikspunktmengden til T og avgjør hva slags isometri T er.

b) Regn ut T^2. Hva slags isometri er dette?

c) Hva er ordenen til T?

Oppgave 5. En regulær femkant K er gitt som på figuren



La $\mu : 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 1$ være en rotasjon av K og $\rho : 1 \to 2 \to 1, \quad 3 \to 5 \to 3$ være en refleksjon. Vis at $\rho\mu\rho : 1 \to 5 \to 4 \to 3 \to 2 \to 1$.