MAT1080 H25
Oscar Brovold

Løsningsforslag kapittel 3

Oppgaver relatert til maskinlæring

Oppgave 15

Vi har $p(x) = ce^{-\lambda x}$, for $x \in [0,1]$ og $\lambda > 0$, og $p(x) = 0$ ellers. Vi ønsker å bestemme c slik at $p(x)$ blir en gyldig sannsynlighetsfordeling. Vi må da løse følgende likning:

$$\int_0^1 ce^{-\lambda x}\, dx = 1.$$

Vi har:

$$\begin{aligned}\int_0^1 ce^{-\lambda x}\, dx &= c \cdot -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \mid_0^1 \\ &= c(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda} - (-\frac{1}{\lambda})) = c(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda} + \frac{1}{\lambda}).\end{aligned}$$

Setter vi dette lik 1 får vi:

$$\begin{aligned}c(-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda} + \frac{1}{\lambda}) &= 1 \\ c(-e^{-\lambda} + 1) &= \lambda.\end{aligned}$$

For at $p(x)$ skal være en gyldig sannsynlighetsfordeling må derfor

$$c = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda}}.$$

Oppgave 16

Denne oppgaven ber oss om å beregne **AUROC** (Area Under the Receiver Operating Characteristic Curve). ROC-kurven viser sammenhengen mellom **TPR** (true positive rate) og **FPR** (false positive rate), og arealet under denne kurven gir et mål på hvor godt en maskinlæringsmodell skiller mellom klasser.

Selv om dette er et viktig konsept innen maskinlæring, trenger vi ikke her å forstå den praktiske betydningen. Vi skal bare beregne arealet under en gitt funksjon, altså løse et nokså enkelt integral. Spesifikt skal vi beregne:

$$\text{AUROC} = \int_0^1 \text{TPR}(u)du = \int_0^1 \sqrt{u}du.$$

Vi har:

$$\begin{aligned}\int_0^1 \sqrt{u}du &= \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} \mid_0^1 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 1 - (\frac{2}{3} \cdot 0) = \frac{2}{3}.\end{aligned}$$

Altså har vi

$$\text{AUROC} = \frac{2}{3}.$$