MAT1080: Ekstraoppgaver til kapittel 1

Oppgaver om grenser

Oppgave 1. Finn grenseverdiene:

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3-7n+8}{5n^3+2n^2-1}$

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{3n^5-6n^2+8n}{6n^5+2n^4-1}$

c) $\lim_{n\to\infty} \frac{2-7n^3+8n^7}{5n^2+2n^4-n^7}$

d) $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^3-8n^2+8}{5n^4-n^3-2n}$

e) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^4-7n+8}{5n^3+2n^2-1}$

f) $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^5-3n^2-5}{-4n^3-3n^2-3n}$

Oppgave 2. Finn grenseverdiene:

a) $\lim_{t\to 0} \frac{t^3-4t^2+8t}{5t^3-t}$

b) $\lim_{t\to 0} \frac{2t^3+3t^2}{6t^2-t}$

c) $\lim_{t\to 4} \frac{t^2-16}{t-4}$

d) $\lim_{t\to 3} \frac{t^2-t-6}{t-3}$

e) $\lim_{t\to -1} \frac{t^3+t^2+t+1}{t+1}$

f) $\lim_{t\to \infty} \frac{t^{3/2}+2\sqrt{t}}{t^{3/2}+t}$

g) $\lim_{t\to \infty} \frac{3e^{2t}-4e^t+3}{2e^{2t}-3}$

Oppgaver om geometriske rekker

Oppgave 3. Finn summen til de geometriske rekkene

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n$

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$

Oppgave 4. En geometrisk rekke $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ har leddene $a_1 = -\frac{4}{3}$ og $a_4 = \frac{32}{81}$. Finn summen.

Oppgave 5. La $a = 0.371371371\ldots$ der perioden 3711 gjentas uendelig mange ganger.

a) Forklar at

$$a = \frac{371}{1000}\left(1 + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1000^2} + \frac{1}{1000^3} + \ldots\right)$$

b) Vis at $a = \frac{371}{999}$. Skriv også $0.47181818\ldots$ som en brøk av hele tall.

Fasit

Oppgave 1.

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{2}$

c) -8

d) 0

e) ∞

f) $-\infty$

Oppgave 2.

a) -8

b) 0

c) 8

d) 5

e) 2

f) 1

g) $\frac{3}{2}$

Oppgave 3. Finn summen til de geometriske rekkene

a) 4

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{6}$

Oppgave 4. $\frac{6}{5}$.

Oppgave 5. b) $0.47181818\ldots = \frac{519}{1100}$.