MAT1080: Grubleoppgaver

Oppgave 1. Du har to kopper, en med kaffe og en med te. Først tar du en full teskje fra kaffekoppen over i tekoppen og rører godt rundt. Så tar du en full teskje av blandingen tilbake i kaffekoppen. Er det nå mest kaffe i tekoppen eller mest te i kaffekoppen?

Oppgave 2. En trollmann har tre lærlinger. En dag kommer han inn i klasserommet med fem hatter, to svarte og tre hvite. Han ber lærlingene lukke øynene, plasserer én hatt på hvert hode, og skjuler de to siste. Lærlingene sitter på én rekke, og når de åpner øynene, kan de se hattene til dem som sitter foran, men de kan ikke se sin egen hatt eller hattene til dem som sitter bak. Trollmannen spør den bakerste lærlingen: "Vet du fargen på hatten din?" Lærlingen svarer nei. Så spør trollmannen den midterste lærlingen og får samme svar. Da smiler den fremste lærlingen og sier. "Men jeg vet fargen på min hatt!" Hvilken farge hadde hatten hennes?

Oppgave 3. Du har et sjakkbrett (8 ganger 8 ruter) og et sett med dominobrikker som er dobbelt så lange som de er brede. Hver dominobrikke dekker nøyaktig to av rutene på sjakkbrettet. Det er lett å se at vi kan dekke sjakkbrettet med 32 dominobrikker. Vi klipper nå bort ruten nederst til venstre og ruten øverst til høyre på sjakkbrettet. Kan vi dekke det nye brettet ved hjelp av 31 dominobrikker?

Oppgave 4. Til en stor internetturnering i sjakk har det meldt seg 42 135 deltagere. Turneringen spilles etter utslagsmetoden. I første runde spilles det 21 067 matcher der vinneren i hver match går videre til neste runde sammen med den deltageren som ikke har fått noen motstander (walk over). I neste runde avvikles det 10 534 matcher der vinnerne går videre til 3. runde osv. Turneringen fortsetter på samme måte (sett opp så mange matcher som mulig og la eventuelt sistemann få walk over) til vinneren er kåret. Hvor mange matcher blir spilt? (Du kan selvfølgelig løse denne oppgaven ved opptellingen, men finnes det en raskere metode som også vil gi deg svaret dersom antall deltagere er et generelt tall N?)

Oppgave 5. Tre ektepar er på tur. De kommer til en elv som de bare kan krysse ved å bruke en liten båt som ikke tar mer enn to personer. Problemet er at alle ektemennene er så sjalu at de ikke vil la sin kone være i selskap med andre menn uten at de selv er til stede. Er det likevel mulig for alle å krysse elven?

Oppgave 6. Et selskap består av 5 ektepar. Noen av gjestene håndhilser på hverandre, andre gjør det ikke. En av gjestene blir nysgjerrig og spør alle de andre deltagerne hvor mange de har håndhilst på. Han får bare forskjellige svar. Hva svarte hans kone? (Du kan anta at alle oppgir riktig antall, og at ingen har håndhilst på sin egen ektefelle).

Oppgave 7. Et selskap består av 6 gjester. Vis at uansett hvordan selskapet er satt sammen, kan vi alltid finne en gruppe av tre gjester der enten alle kjenner hverandre eller ingen kjenner hverandre.

Oppgave 8. Marit sier til sin nye venninne: "Jeg har tre barn, og hvis du ganger sammen aldrene deres får du 36." "Og hvis jeg legger sammen aldrene deres, hva får jeg da?" spør venninnen. "Da får du husnummeret vårt", svarer Marit. Venninnen ser på husnummeret og tenker litt: "Jeg vet fortsatt ikke hvor gamle de er." "Det gjør ikke noe", sier Marit, "for det er bare den eldste som ikke har lagt seg ennå." "Men da vet jeg hvor gamle de er", sier Marits venninne og smiler. Hvor gamle er barna, og hvilket husnummer har Marit?