UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1080 — Matematisk grunnlag for maskinlæring
Eksamensdag:	Tirsdag 20. januar 2026 (ny og utsatt eksamen)
Tid for eksamen:	15.00 – 19.00
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Alle punktene (1a, 1b, 2a osv.) teller i utgangspunktet likt i sensuren. Dersom det er et punkt du ikke får til, kan du likevel bruke resultatene derfra i senere punkter. Du må begrunne svarene dine, og du må vise nok mellomregninger til at sensor skjønner hvordan du tenker.

Oppgave 1. Finn grenseverdiene

a) (10 poeng)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan(2x)}{x}.$$

b) (10 poeng)
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{3x} - 1 - 3x}{x^2}.$$

Oppgave 2. Regn ut integralene

a) (10 poeng)
$$\int_0^{\pi} x\cos(2x)\,dx.$$

b) (10 poeng)
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \sin x\,dx.$$

Oppgave 3. I denne oppgaven ser vi på funksjonen
$$f(x,y) = (3x + y^3)e^{x+y}.$$

a) (10 poeng) Finn de førsteordens partiellderiverte til f.

b) (10 poeng) Finn de stasjonære punktene til f.

c) (10 poeng) Finn de annenordens partiellderiverte til f og avgjør om de stasjonære punktene er sadelpunkter, lokale minimumspunkter eller lokale maksimumspunkter.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4.

a) (10 poeng) Skriv $\begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix}$ som en lineærkombinasjon av $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ og $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

b) (10 poeng) Finn egenverdiene til matrisen

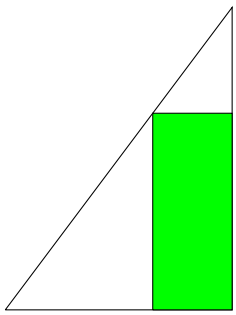
$$M = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.4 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}$$

c) (10 poeng) Finn egenvektorene til M.

To telefonselskaper, X og Y, konkurrerer i det samme markedet. Dersom selskap X har x_n millioner kunder i år n, og selskap Y har y_n millioner kunder det sammne året, så sier prognosene at selskapene vil ha henholdsvis $x_{n+1} = 0.9x_n + 0.4y_n$ og $y_{n+1} = 0.1x_n + 0.9y_n$ millioner kunder året etter.

d) (10 poeng) Anta at i år $n = 0$ har selskap X 10 millioner kunder og selskap Y har 1 million kunder. Hvor mange millioner kunder har hvert av selskapene etter n år dersom prognosene er riktige? Hvordan går det med forholdet $\frac{x_n}{y_n}$ mellom antall kunder i de to selskapene når n går mot ∞?

Oppgave 5. (10 poeng) Figuren viser et rektangel (farget) innskrevet i en rettvinklet trekant. Grunnlinjen til rektangelet faller sammen med en del av grunnlinjen til trekanten. Vis at det største arealet rektangelet kan ha, er halvparten av arealet til trekanten.



Slutt