9. september 2025

MAT1080

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 2. oktober 2025, klokken 14:30, i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Alle besvarelser av oppgaven vil bli godkjent, selv blanke, men du må *levere både denne og den neste obligen for å kunne gå opp til eksamen.*

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen, eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler (inkludert KI) er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet.

Har du problemer med innleveringen, ta kontakt med foreleser på e-post: lindstro@math.uio.no.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgave 1. Finn de partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$ til funksjonene:

a) $f(x, y) = x^2 \sin y + y^3$

b) $f(x, y) = e^{x^2 y}$

c) $f(x, y) = xy^2 \cos(x^2 + y)$

Oppgave 2. I denne oppgaven skal vi studere funksjonen

$$f(x) = xe^{-x^2} \quad \text{der } x \in [-2, 2].$$

a) Regn ut $f'(x)$ og finn de kritiske punktene til f.

b) Bestem hvor f vokser og hvor den avtar.

c) Finn maksimums- og minimumsverdien til f.

d) Regn ut $f''(x)$.

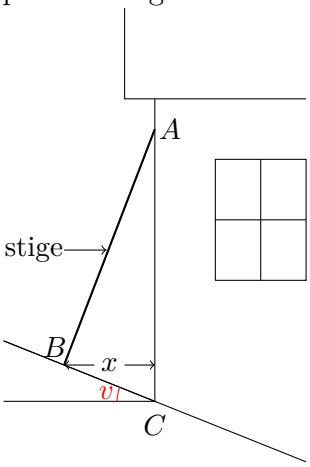
e) Finn vendepunktene til f og avgjør hvor grafen krummer opp og hvor den krummer ned.

f) Lag en skisse av grafen (det er lov å bruke hjelpemidler) der du markerer ekstremalpunktene og vendepunktene.

Oppgave 3. I denne oppgaven er v en vinkel slik at $0 < v < \frac{\pi}{2}$.

a) Vis at $\frac{\tan v}{\sqrt{1+\tan^2 v}} = \sin v$.

Matilde har en hytte som ligger i en skråning. Vinkelen mellom den skrånende bakken og horisontalplanet er v som vist på figuren. Matilde skal male hytteveggen på baksiden av hytta og lurer på hvor langt ut fra veggen hun bør plassere stigen for å nå høyest mulig opp. Stigen hennes er a meter lang.



b) Vis at dersom Matilde plasserer stigen en avstand x ut fra veggen (se figuren), så når toppen av stigen et stykke $|AC|$ lik

$$f(x) = x \tan v + \sqrt{a^2 - x^2}$$

opp på veggen.

c) Vis at stigen når høyest opp på veggen når $x = a \sin v$.

d) Vis at når stigen når høyest opp på veggen, så står den normalt på det skrånende underlaget (dvs. at $\angle ABC$ er rett). Kan du gi en geometrisk forklaring på hvorfor det må være slik?

e) Vis at det høyeste stigen kan nå opp på veggen, er $|AC| = \frac{a}{\cos v}$.

SLUTT