MAT 1080

1.1

Made with Goodnotes

Kap. 1 Funksjoner

1.1 Funksjonsbegrepet

Funksjon: oppskrift, regel, tilordning

$$\text{tall} \xrightarrow{\quad} \text{tall}$$
$$a \qquad\qquad b$$

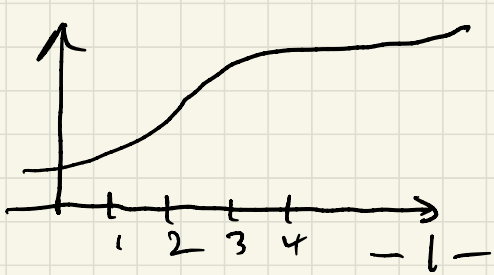
"til a tilordnes b", "a avbildes på b", "a sendes til b"

Ulike beskrivelser: verbal, tabell, graf, formel

Eks: 1) $A(r) = \pi r^2$, areal av sirkel med radius r

$$r \to \pi r^2 = A(r)$$

A er funksjonen, $A(r)$ funksjonsverdien

2) 

gitt som graf

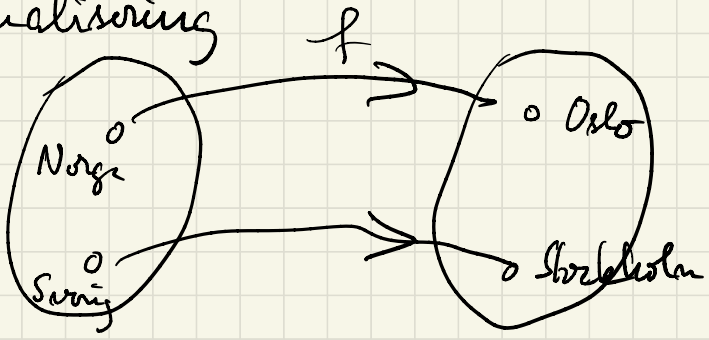
Made with Goodnotes

3.) Tabell:

TID	09	12	18	23
TEMP.	13	22	20	15

NB:

- funksjoner defineres også for vilkårlige mengder, fra mengden A til mengden B, skrives $f: A \to B$, der hvert element i A sendes til ett (NØYAKTIG ETT) element i B; $f(a) = b$
- f. eks. $A = \{\text{Norge}, \text{Sverige}\}$, $B = \{\text{Oslo}, \text{Stockholm}\}$
  $f(\text{Norge}) = \text{Oslo}$, $f(\text{Sverige}) = \text{Stockholm}$
- visualisering



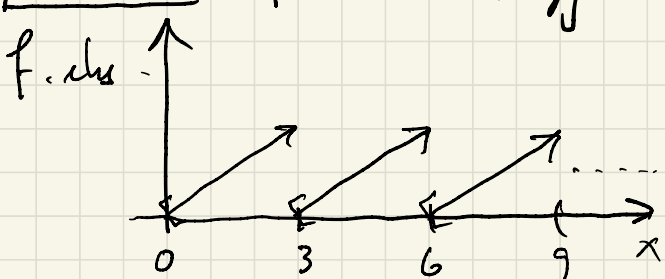
Egenskaper: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

- voksende: x øker $\Rightarrow$ y = f(x) øker):
  $x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.

- avtakende: x øker $\Rightarrow$ y = f(x) avtar):
  $x_1 \leq x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

- strengt voksende:
  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- strengt avtakende tilsvarende.

- periodisk: funk.verdi gjentar seg



$f(x+3) = f(x)$ for alle x

generelt: $f(x+a) = f(x)$ for alle x

der a er gitt

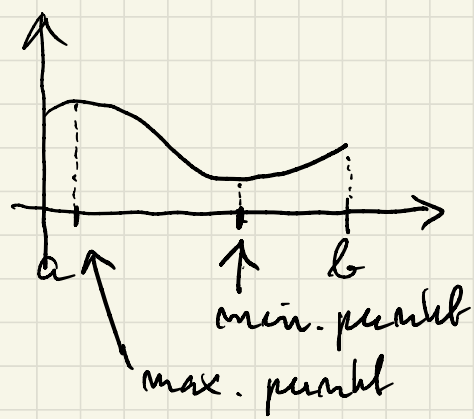
Made with Goodnotes

- kontinuerlig: løst sagt: "liten endring i x gir liten endring i $y = f(x)$", eller "grafen er sammenhengende"
→ Skal presisere senere!



$f: [a, b] \to \mathbb{R}$
kontinuerlig

- minimumspunkt / maksimumspunkt

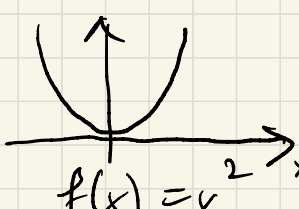


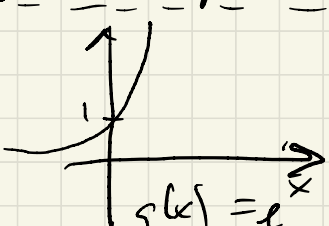
--- og tilhørende max-verdi
og min-verdi (= funksjonsverdien)

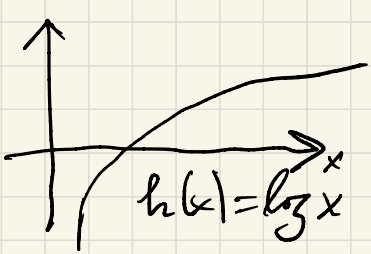
- ekstremalpunkt: min. eller max punkt

Nyttige funksjoner $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

- **polynomer**: $p(x) = x^3 - 4x + 2$, generelt
  $x \to a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$
  for gitte tall a_i
- **rasjonale funk.**: $\frac{p(x)}{q(x)}$, der p, q polynomer
- **trigonometriske** funk: bruker sinus, cosinus, tangens, ... , $\sin(3x) - \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.
- **potensfunk.**: $x \to 2^x$, $x \to e^x$
  ($e = 2.71\ldots$, eksponentialfunk), generelt $x \to a^x$, for gitt grunntall a
- **logaritmefunk**: $f(x) = \log x$
  (definert for $x > 0$).







Made with Goodnotes

NB: For å definere en funksjon f må vi også angi mengdene den går fra (= definisjonsmengde, domene) og til (kodomene): $f: A \to B$ der $A = \dots$, $B = \dots$, og f er $\dots$

f.eks. $A = [1, 4]$: $1 \leq x \leq 4$
— lukket intervall

$B = \mathbb{R}$ alle reelle tall (desimaltall)

$f: A \to B$, gitt ved

$$f(x) = 3x + 1 - \frac{1}{x}.$$

Made with Goodnotes