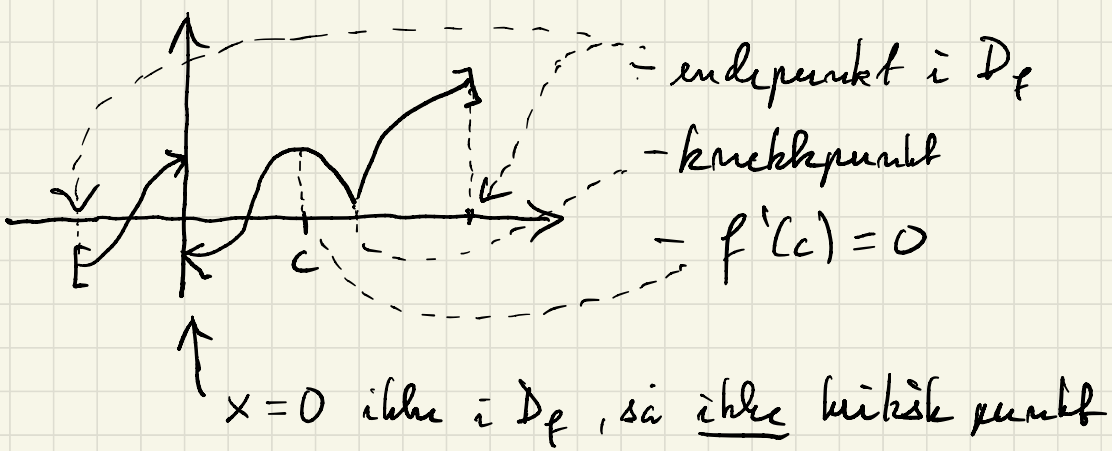
MAT 1080

2.3

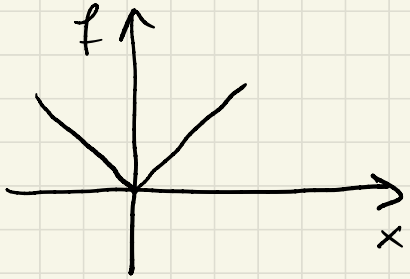
2.3 Kritiske punkter

Vi ønsker å finne min. eller max. punkter, og da kan vi kun blant "kritiske punkter".

Def 2.3.1 Et punkt $x = c$ i definisjonsområdet D_f for funksjonen f kalles et kritisk punkt dersom $f'(c)$ ikke eksisterer eller $f'(c) = 0$.



Eks: $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{hvis } x \geq 0 \\ -x & \text{hvis } x < 0 \end{cases}$



Har: $f'(x) = -1$ for alle $x < 0$ og

$f'(x) = 1$ for alle $x > 0$.

Men $f'(0)$ eksisterer ikke. Så knekkpunkt. Derfor er $x = 0$ kritisk punkt. Faktisk er det et min. punkt.

Eks: $f(x) = x^2 + 6x - 8$, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Deriverbar overalt og $f'(x) = 2x + 6$

$f'(x) = 0 \iff 2x + 6 = 0 \iff x = -3$

så $x = -3$ er kritisk punkt (og min. punkt. Hvis vi her har $D_f = [-1, 4]$ er også $x = -1$ og $x = 4$ kritiske punkt.

Made with Goodnotes

Olika intervaller: $\langle a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$

öppet intervall (ickeändepunkter)

Slutet intervall $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$

Halvöppet $\langle a, b]$, $[a, b\rangle$

NB: Kan ha min.pkt/max.pkt i ändepunkter

Teorem 2.3.2 Om f har ett lokalt min.- eller max.-punkt i $x = c$, så är c ett kritisk punkt.

Bevis: Om f ej är deriverbar i c, så är pr.def. c ett kritiskt punkt. Så, anta $f'(c)$ existerar. Anta $x = c$ är lokalt maximumspunkt. Om $f'(c) > 0$, vill $\dfrac{f(c+h) - f(c)}{h} > 0$ när $h > 0$ är liten nog. Men då är $f(c+h) > f(c)$; motsägelse.

Made with Goodnotes

Hvis $f'(c) < 0$

vil $\dfrac{f(c+h)-f(c)}{h} < 0$ hvis h

er liten nok. Velg en slik h med $h<0$.

Gangen med h (må samme tilfelle ideb $h<0$), så $f(c+h)-f(c) > 0$

$\Rightarrow$: $f(c+h) > f(c)$! motsig.

Altså må $f'(c) = 0$.

Tilsvarende bevis for min.punktet. ——— □

Innhold i teoremet: For å finne min. eller max. punkt holder det å lete blant kritiske punkt. !

Dette fornikler mye!

Made with Goodnotes

Teorem 2.3.3 Anta c är kritisk punkt för f.

(i) c är min.punkt hvis $f'(x)$ skifter fortegn fra $-$ til $+$ i $x=c$.

(ii) c är max.punkt hvis $f'(x)$ skifter fortegn fra $+$ til $-$ i $x=c$.

Dermed kan et fortegnskjema for $f'(x)$ vere nyttig:

