MAT 1080

3.5

3.5 Globale ekstremalpunkter

Som før er globale ekstremalpunkt slik at de gir minimum eller maksimum over <u>hele</u> definisjonsområdet for funksjonen.

Def. 3.5.1

(i) $f(x,y)$ har <u>globalt minimum</u> i (a,b) dersom $f(a,b) \leq f(x,y)$ for alle (x,y) i def.området for f.

(ii) $f(x,y)$ har <u>globalt maksimum</u> i (a,b) dersom $f(a,b) \geq f(x,y)$ for alle (x,y) i def.området for f.

Får da minimumspunkt, minimumsverdi, maksimumspunkt, maksimumsverdi som før, global fram.

Made with Goodnotes

Globale ekstremalpunkt behøver ikke eksistere.

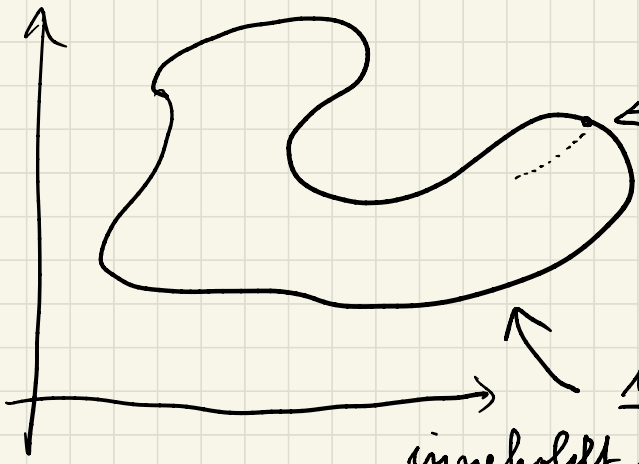
Husk ekstremalverditeoremet for $f: I \to \mathbb{R}$, I lukket intervall og f kontinuerlig; da har f globalt min.-punkt og globalt maks.-punkt.

Tilsvarende gjelder for funksjoner i flere variable.

Teorem 3.5.2 La $f: D \to \mathbb{R}$ der D er en lukket og begrenset mengde i $\mathbb{R}^2$, og f er kontinuerlig.
Da vil f oppnå sin maksimumsverdi og minimumsverdi på D.

Må her forklare begrepene →

Made with Goodnotes



lukket betyr "inneholder sine randpunkter"

begrenset betyr inneholdt i en passende sfær sirkeldisk om origo

Men hva er "randpunkt"?

Et randpunkt for D er grensepunkt for en konvergent følge i D:

$$x^{(n)} \in D, \quad x^{(n)} \longrightarrow x \quad \text{når } n \to \infty$$

Da er x grensepunkt.

Så: D lukket betyr at enhver konvergent følge av punkter i D har grensepunkt i D.

Made with Goodnotes

Ehs: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$ er lukket
(den lukkede enhetssirkelskiven)

$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 < 1\}$ er ikke lukket, fordi f.eks. vil følgen

$z^{(n)} = (1-\frac{1}{n}, 0) \to (1,0) \notin T$

hvor $z^{(n)} \in T$.

Her er faktisk T en åpen mengde, d.v.s. komplementet til en lukket mengde.
Så vi har åpne mengder, lukkede mengder, og mengder som er ingen av delene.

Studiet av åpne, og lukkede mengder og relaterte begreper for funksjoner er området TOPOLOGI i matematikk.

Made with Goodnotes

Eksempel på lukkede mengder i $\mathbb{R}^2$:

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) \leq \alpha\}$$

der f er kontinuerlig og $\alpha \in \mathbb{R}$.

Dessuten er snittet av slike mengde lukket.

Dette gir svært mange lukkede mengde i $\mathbb{R}^2$.

Stort sett alt vi har gjort i dette avsnittet kan generaliseres til $\mathbb{R}^n$ og funksjoner i n variable.

Made with Goodnotes