MAT1080 Obligatorisk oppgave 1 av 2 (2026): Løsningsforslag

Oppgave 1.

a) $\partial f/\partial x = \sin y$, og $\partial f/\partial y = x\cos y + 4y$.
b) Bruker kjerneregel. $\partial f/\partial x = e^{xy^2}\cdot y^2$, og $\partial f/\partial y = e^{xy^2}\cdot 2xy$.
c) Bruker produktregel og kjerneregel.

$$\partial f/\partial x = y^2\cos(x^2+y)+xy^2(-1)\sin(x^2+y)2x = y^2\cos(x^2+y)-2x^2y^2\sin(x^2+y).$$

og

$$\partial f/\partial x = 2xy\cos(x^2+y)+xy^2(-1)\sin(x^2+y)\cdot 1 = 2xy\cos(x^2+y)-xy^2\sin(x^2+y).$$

I spørsmål a): $\nabla f(1,0) = (0,1)$.

Oppgave 2.
Se Oppgave 2 fra Oblig. 1 i MAT1080 Høst 25 (ligger på nett).

Oppgave 3.
a) Vi løser først det ubestemte integralet $\int x\cos x dx$ ved hjelp av delvis integrasjon med $u = x$, $v' = \cos x$. Dette gir $u' = 1$, $v = \sin x$, og vi får

$$\int x\cos x dx = x\sin x - 1\Delta\sin x dx = x\sin x + \cos x + C$$

Setter vi inn grensene, får vi

$$[x\sin x + \cos x]_0^{2\pi} = 2\pi\sin(2\pi) + \cos(2\pi) - (0\sin 0 + \cos 0) = 0 + 1 - 1 = 0.$$

b) Vi løser først det ubestemte integralet $\int xe^{-x^2}dx$ ved å substituere $u = -x^2$. Da er $du = -2xdx$, som gir $xdx = -(1/2)du$, og følgelig er

$$\int xe^{-x^2}dx = (-1/2)\int e^u du = (-1/2)e^u + C = (-1/2)e^{-x^2} + C$$

Vi setter inn grensene og fåar:

$$\int_0^1 xe^{-x^2}dx = [(-1/2)e^{-x^2}]_0^1 = (-1/2)(e^{-1} - e^0) = (-1/2)(e^{-1} - 1).$$

c) Vi substituerer $u = \sqrt{x} + 1$ (dette gir litt enklere regninger enn å sette $u = \sqrt{x}$). Løser vi dette uttrykket for x, får vi $x = (u-1)^2$. Derivasjon gir $dx = 2(u-1)du$, og setter vi dette inn i integralet, får vi

$$\int \tfrac{1}{\sqrt{x}+1} dx = \int (1/u) \cdot 2(u-1)du = 2\int (1 - 1/u)du = 2(i - \ln|u| + K =$$
$$2\big((\sqrt{x}+1) - \ln(\sqrt{x}+1)\big) + K = 2\sqrt{x} - 2\ln(\sqrt{x}+1) + C$$

hvor det siste skrittet skyldes at vi kan inkorporere 2 i integrasjonskonstanten.

Oppgave 4.
Se Oppgave 2 fra Oblig. 2 i MAT1080 Høst 25 (ligger på nett).