Kommentarer til eksamen i MAT 1100, 8/12-04

Dette notatet gir en oppsummering av resultatene i MAT 1100, høsten 2004. Siden strykprosenten (30.7% av dem som leverte besvarelse) var atskillig høyere enn de foregående årene (og atskillig høyere enn vi ønsker!), blir hovedtemaet å finne ut hva som gikk ”galt”.

Resultatene

Eksamensordningen i kurset bestod av en underveiseksamen (50 poeng) og en avsluttende eksamen (100 poeng). Underveiseksamen inneholdt kun flervalgsoppgaver, mens avsluttende eksamen var delt mellom en flervalgsdel (30 poeng) og en ”åpen” del (70 poeng). Dette var samme format som året før.

Av de 336 studentene som gikk opp til eksamen, strøk 103. Dette gir en strykprosent på 30.7. Karakterfordelingen var forøvrig normal:

Karakter	Antall kandidater	Prosent av beståtte besvarelser
A	20	8.5%
B	68	29.2%
C	78	33.5%
D	49	21.0%
E	18	7.7%
F	103	—

I 2003 var det 299 kandiater og en strykprosent på 19.1. Karakterfordelingen var ellers svært lik årets:

Karakter	Antall kandidater	Prosent av beståtte besvarelser
A	21	8.6%
B	60	24.8%
C	96	39.7%
D	41	16.9%
E	24	9.9%
F	57	—

I sensureringen tok vi utgangspunkt i Norsk Matematikkråds rådgivende skala. Underveis modifiserte vi denne på to punkter — vi senket A-grensen med 2 poeng, og vi foretok en gjennomgang av alle som lå rett under beståttgrensen. Det siste førte til at alle som hadde mer enn 57 poeng (muligens etter en liten justering), bestod kurset. Karaktergrensene ble dermed:

Karakter	Poengintervall
A	136-150
B	116-135
C	87-115
D	69-85
E	57-67
F	0-56

Selv om de endelige justeringene ble små, hadde vi en grundig vurdering av kriteriene. Siden det først og fremst er strykprosenten som skiller seg fra tidligere år, var det naturlig å spørre seg om strykgrensen burde senkes ytterligere. Det var to grunner til at vi bestemte oss for ikke å gjøre større modifikajoner:

- Ingen av dem som var involvert i rettingen mente at eksamen var urimelig vanskelig eller vesentlig verre å stå på enn fjorårets eksamen.
- En gjennomgang av besvarelsene som lå rett under strykgrensen på 57 poeng viste at disse gjennomgående var meget svake med en rekke elementære feil. Det virket derfor faglig uforsvarlig å senke beståttgrensen ytterligere.

At A-grensen måtte justeres noe, var vi innstilt på allerede før eksamen siden den siste oppgaven nok var vanskeligere å få "halvveis" til enn tilsvarende oppgave i fjor. Vi hadde en gjennomgang av alle kandidater som lå rett under A-grensen, men synes ikke den ga grunn for å senke A-grensen ytterligere.

Tabellen nedenfor viser hvordan poengsummene fordeler seg. Legg merke til spredningen.

Poengintervall	Antall kandidater
141-150	13
131-140	23
121-130	39
111-120	23
101-110	38
91-100	20
81-90	30
71-80	20
61-70	19
51-60	27
41-50	31
31-40	16
21-30	17
11-20	16
0-10	4

Hvorfor var det så mange som strøk i år?

Det er flere grunner til at strykprosenten kan variere fra år til år. Jeg skal drøfte disse:

- Vanskelighetsgraden til eksamensoppgavene
- Endringer i studentenes bakgrunn
- Endringer i studentenes atferd
- Endringer i studieopplegget

Jeg tror ikke at noen av disse punktene alene kan forklare endringen i strykprosenten fra i fjor til i år, men at vi isteden må lete etter en kombinasjon av flere faktorer. Jeg skal imidlertid drøfte punktene hver for seg.

Vanskelighetsgraden til eksamensoppgavene: Dette er sannsynligvis den viktigste faktoren når strykprosenten i de store kursene våre varierer en del fra år til år. Vanskelighetsgrad er vanskelig å måle fordi den ikke er en absolutt størrelse — hva som faller vanskelig til eksamen, avhenger i stor grad av hva som er blitt vektlagt underveis. En liten omlegning av oppgaveutvalget gjennom semesteret kan endre vanskelighetsgraden til en oppgave på eksamen.

En del studenter har gitt uttrykk for at de synes årets eksamen er vesentlig vanskeligere enn fjorårets. Vi som har rettet eksamen, har imidlertid vanskelig for å se at det er så store forskjeller i vanskelighetssgrad og arbeidsmengde. Vi må imidlertid ta til etterretningen at noen av oppgavene kom overraskende på (i hvert fall noen av) studentene — til tross for at jeg på forhånd var litt beskjemmet over at settet var så likt fjorårets! Uansett er økningen i strykprosent så stor at vanskelighetsgraden til eksamen ikke kan forklare alt — skulle vi hatt samme strykprosent som ifjor, måtte vi senke beståttgrensen til 44 poeng!

Endringer i studentenes bakgrunn: De første studentene med L-97 bakgrunn begynte å studere i fjor. I tidligere undersøkelser har mindre enn halvparten av begynnerstudentene kommet direkte fra videregående skole, og det kan defor tenkes at vi først i år virkelig føler denne omlegningen. Da L-97 elevene begynte i videregående skole, meldte mange lærere om en alarmerende svekkelse av algebraferdighetene. I årets MAT 1100-besvarelser florerer det av feil som skulle vært luket ut i ungdomsskolen eller i første klasse på videregående skole, f.eks. (konkrete varianter av):

$$(-x)^2 = -x^2$$

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+c}$$

$$\sqrt{a^2+b^2} = a+b$$

$$ax = 0 \Longrightarrow x = \frac{1}{a}$$

Ingen av disse feilene er nye i MAT 1100-sammenheng, men jeg mener at det var en markant oppgang i år. Da jeg gikk gjennom besvarelsene som lå rett under strykgrensen for å se om vi kunne ”redde” noen til, var nesten hver eneste besvarelse full av slike feil (og derfor ble det ikke rare redningsaksjonen!).

Det har også vært spekulert i om årets kull av begynnerstudenter har ekstra dårlige forkunnskaper fordi opptakskravene skjerpes fra neste år av, og mange derfor skynder seg med å komme i gang i år. Dette ser ikke ut til å gjelde MAT

1100 i særlig grad; i den evalueringen vi gjennomførte i oktober, svarte 85% at de hadde tre år med matematikk fra videregående skole og 94% at de hadde minst to år. Riktignok var svarprosenten på denne evalueringen lav (ca. 35%) og utvalget var åpenbart skjevt, men det er likevel ingen grunn til å tro at kurset var fullt av studenter som ikke tilfredsstilte neste års krav. Problemstillingen er nok mer aktuell for MAT 1000.

Endringer i studentenes atferd: Å endre studieopplegget er omtrent som å legge om skattesystemet; det tar noen år før folk oppdager de nye smutthullene. En av endringene i atferd fra i fjor til i år er av at vi tydelig ser studenter som spekulerer i kontinuasjonseksamen. Åtte studenter har fått null poeng på avsluttende eksamen, og de fleste av disse har åpenbart levert blankt med vilje. Fenomenet er kanskje enda klarere i MAT-INF 1100. Endringene fra i fjor skyldes nok to ting; for det første er kontinuasjonsseksamen nå en veletablert ordning som studentene er klar over, og for det andre gjorde en usedvanlig klønete plassering av eksamen i MAT-INF 1100 (ettermiddag 7. desember) og MAT 1100 (morgen 8. desember) det fristende å utsette en av eksamenene.

En annen effekt vi mener å se, er at studentene har begynt å finslipe sin "flervalgsteknikk", og at de kanskje har begynt å ta litt lett på ferdigheter som er sentrale for å løse tradisjonelle oppgaver. Det er derfor mulg at vi bør fjerne flervalgsdeleen på avsluttende eksamen. Fordelen med flervalgsdelen er at den gjør det mulig å dekke større deler pensum selv på en kort eksamen.

Endringer i studieopplegget: Ytre sett er det svært små omlegninger av studieopplegget i år. De tre "store" kursene MAT 1100, MAT-INF 1100, INF 1000 har samme pensum og (i hovedsak) de samme foreleserne som i fjor. Antall eksamener og obliger er det samme, men tidspunktene for obligene er forskjøvet noe, og INF 1000 er lagt om fra bestått/ikke bestått til bokstavkarakterer. "Nestenkollisjonen" mellom eksamen i MAT 1100 og MAT-INF 1100 var klart uheldig, men ellers er det ikke store omlegninger i eksamenstidspunktene.

Allikevel er det tydelig at årets kull har opplevd studiesituasjonen annerledes en fjorårets. I evalueringen av MAT 1100 stilte vi både i fjor og i år spørsmål om hvordan studentene vurderte arbeidsmengden og vanskelighetsgraden til dette kurset sammenlignet med de andre kursene de tok samme semester. I fjor var det flest som rangerte MAT 1100 både som det vanskeligste og det mest arbeidskrevende kurset. I år er det bare 19% som mener at MAT 1100 er det mest arbeidskrevende kurset, mens 61% mener at det er nest mest arbeidskrevende. Tilsvarende er det 23% som mener at MAT 1100 er det vanskeligste kurset, mens 43% mener at det er nest vanskeligste. Vi har dessverre ikke spurt om hvilket kurs som er vanskeligst/mest arbeidskrevende, men svarene på andre spørsmål tyder på at det er INF 1000 som har rykket opp på førsteplass. Om dette skyldes større og vanskeligere obliger eller omlegningen til bokstavkarakterer, er vanskelig for meg å si.

Alle som har deltatt i undervisningen i MAT 1100 i år, har merket et fall i intensiteten etter underveiseksamen. Dette gjenspeiler seg i oppmøtet til gruppeundervisningen som falt dramatisk i uken etter midtveiseksamen (innleveringsuken for oblig 3 i INF 1000) og aldri tok seg skikkelig opp igjen. Mange eksamensbesvarelser bærer preg av manglende regnetrening fra siste del av pensum, så det er nok ikke bare oppmøtet som har dabbet av! Tilsvarende tendenser ser vi forøvrig også i MAT-INF 1100.

Det er ikke så lett å finne årsaker til dette fenomenet, men sammenligner vi med fjoråret er det to endringer som kan være verd å peke på. Den første endringen er at i fjor lå obligen i MAT 1100 *etter* underveiseksamen, mens den i år lå rett *før*. Dette kan ha ført til en forskyvningen av arbeidsinnsatsen i tid. Den andre endringen er innføringen av bokstavkarakterer i INF 1000 som kan ha ført til en annen fordeling av arbeidsinnsatsen mellom kursene.

Kommentarer til eksamensopppgavene

Underveiseksamen ga i år noe bedre resultater enn i fjor (et snitt på 33.7 poeng av 50 sammenlignet med 31.8 i fjor), men allerede her var det mange som scoret lavt (69 studenter "lå an" til stryk). På avsluttende eksamen gikk flervalgsdelen noe bedre enn forventet (20.2 poeng av 30), mens den "åpne" delen gikk atskillig dårligere (28.5 poeng av 70). Totalt var gjennomsnittet 83.2 poeng av 150.

Her kommer en oversikt over hver enkelt oppgave:

Del 1

1. (3 poeng) Integralet $\int xe^x\,dx$ er lik:
☐ $xe^x - e^x + C$
☐ $\frac{x^2}{2}e^x + C$
☐ $\frac{x^3}{3}e^x + C$
☐ $e^{x^2/2} + C$
☐ $\frac{x^2}{2}e^x - \frac{x^3}{3}e^x + C$

<u>Kommentar:</u> Riktig svar: 85% . Dette er en 3MX-oppgave, men lagt inn for å roe nervene i starten. Litt lav score?

2. (3 poeng) Hva gjør vi først når vi skal løse integralet $\int \frac{x^4+3x^2-x+2}{(x-1)(x^2+2x+2)}\,dx$ ved delbrøkoppspalting?
☐ substituerer $u = x^2 + 2x + 2$
☐ setter integranden lik $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+2}$
☐ smugler den deriverte av nevneren inn i telleren
☐ polynomdividerer $x^4 + 3x^2 - x + 2$ med $x^3 + x^2 - 2$
☐ setter integranden lik $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x^2+2x+2}$

<u>Kommentar:</u> Riktig svar: 58% . Dette er altfor lav score, men inntrykket var at mange ikke hadde fått taket på delbrøkoppspalting (jevnfør oppgave 2a) på del 2).

3. (3 poeng) Hva får vi når vi substituerer $u = \arctan x$ i integralet $\int_0^1 \sin(\arctan x)\,dx$?
☐ $\int_{\pi/4}^{\pi/3} 2\sin u\,du$
☐ $\int_0^1 \frac{\sin u}{1+u^2}\,du$
☐ $-\int_0^{\pi/4} \sin u\,du$
☐ $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin u}{1+u^2}\,du$
☐ $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin u}{\cos^2 u}\,du$

Kommentar: Riktig svar: 54% . Dette er også et skuffende resultat

4. (3 poeng) Hva er den partiellderiverte $\frac{\partial f}{\partial y}$ når $f(x, y, z) = z\cot(xy)$?
- ☐ $\frac{xz}{\cos^2(xy)}$
- ☐ $\frac{xz}{1+x^2z^2}$
- ☐ $\frac{xz}{\sqrt{1-x^2z^2}}$
- ☐ $zx\tan(xy)$
- ☐ $-\frac{xz}{\sin^2(xy)}$

Riktig svar: e) $-\frac{xz}{\sin^2(xy)}$
Kommentar: Riktig svar: 91% . Her ble jeg positivt overrasket. Vi har arbeidet lite med cot, så denne var jeg litt spent på (selv om den deriverte til cot står på formelarket).

5. (3 poeng) I hvilken retning vokser funksjonen $f(x, y) = xy\cos y$ raskest i punktet $(-1, \pi)$:
- ☐ $(1, 4\pi)$
- ☐ $(2\pi, 1)$
- ☐ $(0, 1)$
- ☐ (π, π)
- ☐ $(-\pi, 1)$

Kommentar: Riktig svar: 74% . Dette var vel omtrent som forventet

6. (3 poeng) Hva er den retningderiverte $f'(\mathbf{a}; \mathbf{r})$ når $f(x, y) = xe^{xy}$, $\mathbf{a} = (2, 1)$ og $\mathbf{r} = (-1, 1)$?
- ☐ 4
- ☐ $-e^{-1}$
- ☐ e^2
- ☐ $3e^2$
- ☐ e^3

Kommentar: Riktig svar: 70% . Litt overraskende at færre får til denne enn den forrige, men jeg tror det er kjerneregelen som skaper problemer.

7. (3 poeng) Området mellom x-aksen og grafen til $f(x) = \sin(x^2)$, $0 \leq x \leq \sqrt{\pi}$, dreies en gang om y-aksen. Hva er volumet til omdreiningslegemet?
- ☐ $\frac{13}{2}$
- ☐ $\frac{9\pi}{4}$
- ☐ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$
- ☐ 2π
- ☐ $\frac{7}{3}e$

Kommentar: Riktig svar: 61% . Formelen står ikke på formelarket, så her måtte vi kanskje forvente litt lav score?

8. (3 poeng) Det uegentlige integralet $\int_e^\infty \frac{1}{x(1+\ln x)}\,dx$:
- ☐ konvergerer og er lik $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ☐ konvergerer og er lik 2

☐ divergerer
☐ konvergerer og er lik $\sqrt{5}$
☐ konvergerer og er lik $\frac{5}{2}$

Kommentar: Riktig svar: 72% . Dette gikk forbløffende bra. Riktignok er trikset det samme som i fjor, men da konvergerte integralet.

9. (3 poeng) Hva er grenseverdien $\lim_{n\to\infty} \frac{\pi}{2n}\sum_{i=1}^{n} \sin(\frac{\pi}{2n}i)$?
☐ $\frac{7\pi}{22}$
☐ $\frac{\pi}{3}$
☐ $\frac{\pi^2}{10}$
☐ 1
☐ $\frac{5\sqrt{2}}{7}$

Kommentar: Riktig svar: 57% . Også overraskende bra, men her har visst 1-tallet virket som et fyrtårn (jeg overveide å fjerne den første π-en fra uttrykket, men lot det være).

10. (3 poeng) I en regulerbar gasstank er trykket P gitt som en funksjon $P = F(V,T)$ av volumet V og temperaturen T. Dersom V og T er funksjoner av tiden t slik at $V(t) = 1 + e^{-t/10}$ og $T(t) = 20 + 6\sin(\frac{\pi}{12}t)$, hva er da den deriverte av trykket P med hensyn på tiden t?

☐ $P'(t) = \frac{\partial F}{\partial V}(V(t),T(t)) + \frac{\partial F}{\partial T}(V(t),T(t))$
☐ $P'(t) = \frac{\partial F}{\partial V}(V(t),T(t))(1+e^{-t/10}) + \frac{\partial F}{\partial T}(V(t),T(t))(20+6\sin(\frac{\pi}{12}t))$
☐ $P'(t) = -\frac{1}{10}\frac{\partial F}{\partial V}(V(t),T(t))e^{-t/10} + \frac{\pi}{2}\frac{\partial F}{\partial T}(V(t),T(t))\cos(\frac{\pi}{12}t)$
☐ $P'(t) = \frac{\partial F}{\partial V}(V(t),T(t))e^{-t/10} + \frac{\partial F}{\partial T}(V(t),T(t))\cos(\frac{\pi}{12}t)$
☐ $P'(t) = -\frac{1}{10}V(t)e^{-t/10} + \frac{\pi}{2}T(t)\cos(\frac{\pi}{12}t)$

Kommentar: Riktig svar: 49% . Omtrent som forventet. Burde nok vært bedre, men de ”bustede” uttrykkene gjorde det nok lett å gå seg vill.

Del 2

Oppgave 1:
a) (10 poeng) Regn ut de partiellderiverte av første orden til funksjonen

$$f(x,y) = (x+y^2)e^x$$

og finn det stasjonære punktet.

b) (10 poeng) Avgjør om det stasjonære punktet er et sadelpunkt, et lokalt maksimum eller et lokalt minimum.

Kommentarer: a) Gjennomsnittsscore 6.5 av 10. Dette er noe svakere enn forventet. Det er mange typer feil — noen kan ikke partiellderivere, andre har problemer med å løse ligningene. Egentlig er nok inntrykket verre enn snittet tilsier siden vi ga poeng for ”hver bit” uavhengig av hverandre.

b) Gjennomsnittsscore 6.3 av 10. Annenderiverttesten greier de fleste som kommer så langt. Fortsatt en del skrøpelig derivasjon.

Oppgave 2:
a) (10 poeng) Regn ut integralet

$$\int \frac{1}{u^2 - 1}\, du$$

b) (10 poeng) Regn ut integralet

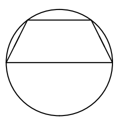
$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos x}\, dx$$

(<u>Hint:</u> Vis først at $\frac{1}{\cos x} = \frac{\cos x}{1-\sin^2 x}$.)

c) (10 poeng) Finn buelengden til grafen til funksjonen $f(x) = \ln(\cos x)$ fra $x = 0$ til $x = \frac{\pi}{6}$. (Husk at formelen for buelengde er $L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}\, dx$.)

Kommentarer: a) Gjennomsnittsscore 4.5 av 10. Dette var vel settets store skuffelse. Altfor få oppdager at dette er en standard delbrøkoppspalting. Mange ser likheten med $\int \frac{1}{x^2+1}\, dx$ og skyr absolutt ingen midler for å få omformet integralet. Det kryr av elementære algebraiske feil.
b) Gjennomsnittsscore 4.6 av 10. Fortsatt skuffende, men tross alt bedre enn a). Også her er det elementære feil av typen $\int \frac{1}{\cos x}\, dx = \ln|\cos x| + C$ som burde vært luket ut lenge før eksamen. Overraskende mange (også blant de beste) oppdager ikke at de ender opp med det samme integralet som i a), og gjør derfor hele delbrøkoppspaltingen på nytt!
c) Gjennomsnittsscore 3.4 av 10. Denne var jeg spent på, og det har nok gått litt bedre enn forventet (men vi var snille med poengene!). Forbløffende mange får $1+(-\tan x)^2 = 1-\tan^2 x$ — dette er ikke måten å få sensor i godt humør på.

Oppgave 3: (10 poeng) På figuren ser du en sirkel med radius r. Et trapes er tegnet inn i sirkelen slik at grunnlinjen til trapeset er en diameter i sirkelen. De to andre hjørnene til trapeset ligger på sirkelomkretsen. Finn det største arealet et slikt trapes kan ha.



Kommentar: Gjennomsnittsscore 2.5 av 10. Etter erfaringene med uoppstilte oppgave fra i fjor, hadde jeg ikke så store forventninger til denne, men det gikk verre enn jeg hadde trodd. Rent matematisk er dette en oppgave på 2MX-nivå. Derivasjonene og ligningene blir kanskje litt usympatiske, men de fleste kommer aldri så langt. Vi ga 6 poeng bare for å få stilt opp uttrykket som skal deriveres (som en funksjon av bare én variabel), men snittet ble altså 2.5 poeng! En unnskyldning får være at mange begynte å få litt dårlig tid. Jeg tror at noe av grunnen til at uoppstilte oppgaver går dårlig, er at mange regner for få oppgaver på egen hånd. Uoppstilte oppgaver kan se enkle ut når noen regner dem for deg — det er noe helt annet å gå løs på dem på egen hånd. Mange av besvarelsene inneholdt de riktige ingrediensene, men studentene så ikke ut til å ha noen plan for hvordan de skulle kombineres.

Oppgave 4: (10 poeng) Funksjonen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ er kontinuerlig, og $a, b \in \mathbf{R}$ er tall slik at $a < b$ og $f(a) < f(b)$. Vis at da finnes det en $c \in [a, b)$ slik at $f(c) = f(a)$, men $f(x) > f(a)$ for alle $x \in (c, b)$.

Hint: $c = \sup\{x \in [a, b] : f(x) \leq f(a)\}$.

Kommentarer: Gjennomsnittsscore 0.6 av 10. Dette var en tøff sisteoppgave som skulle skille ut de aller beste (og samtidig markere at kurset har en teoridel som bør tas alvorlig). Jeg var litt misfornøyd med den på forhånd fordi det ikke er så lett å besvare den ”delvis riktig”, men den fungerte rimelig greit.

Tom Lindstrøm, 22/12–04