**Fasit til underveiseksamen i MAT 1100**

DATO: TIRSDAG 12/10, 2004
TID: KL. 9.00-11.00
VEDLEGG: FORMELSAMLING
TILLATTE HJELPEMIDLER: INGEN
OPPGAVESETTET ER PÅ 4 SIDER

Eksamen består av 20 spørsmål. De 10 første teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = x \arctan x$ er:
☐ $1 \cdot \frac{1}{1+x^2}$
☐ $\arctan x + \frac{x}{1+x^2}$
☐ $\arctan x + \frac{x}{\arccos^2 x}$
☐ $\frac{x}{1+x^2}$
☐ $\arctan x - \frac{x}{\sin^2 x}$

Riktig svar: b) $\arctan x + \frac{x}{1+x^2}$

2. (2 poeng) Den deriverte til $f(x) = (\cot x)^2$ er:
☐ $2\frac{\cot x}{1+x^2}$
☐ $2 \cot x$
☐ $2\frac{\cot x}{\tan x}$
☐ $2\frac{\cot x}{\cos^2 x}$
☐ $-2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$

Riktig svar: e) $-2\frac{\cot x}{\sin^2 x}$

3. (2 poeng) Det komplekse tallet $\frac{2+i}{3-i}$ er lik:
☐ $\frac{1+i}{2}$
☐ $\frac{2}{3} - i$
☐ $\frac{5+5i}{8}$
☐ $\frac{7+i}{10}$
☐ $\frac{-1+7i}{3}$

Riktig svar: a) $\frac{1+i}{2}$

4. (2 poeng) Polarkoordinatene til det komplekse tallet $-\sqrt{3} + i$ er:
☐ $r = 2, \theta = \frac{5\pi}{6}$
☐ $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{5\pi}{6}$

- [ ] $r = 2, \theta = \frac{\pi}{6}$
- [ ] $r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{6}$
- [ ] $r = 2, \theta = \frac{7\pi}{6}$

Riktig svar: a) $r = 2, \theta = \frac{5\pi}{6}$

5. (2 poeng) Polarkoordinatene til et komplekst tall er $r = 4, \theta = \frac{11\pi}{6}$. Tallet er:

- [ ] $-2\sqrt{3} + 2i$
- [ ] $2\sqrt{3} - 2i$
- [ ] $2\sqrt{3} + 2i$
- [ ] $-2 + i2\sqrt{3}$
- [ ] $-4\sqrt{3} + 4i$

Riktig svar: b) $2\sqrt{3} - 2i$

6. (2 poeng) Det komplekse tallet $3e^{8\pi i/3}$ er lik:

- [ ] $-\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- [ ] $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [ ] $\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- [ ] $-\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [ ] $\frac{3\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

Riktig svar: a) $-\frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}$

7. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(2x^2)}{x^2}$ er lik:

- [ ] $\frac{1}{2}$
- [ ] $0$
- [ ] $\infty$
- [ ] $2$
- [ ] $1$

Riktig svar: d) 2

8. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} \frac{7x^3+2x^2}{4-3x^3}$ er lik:

- [ ] $-\frac{2}{3}$
- [ ] $-\frac{1}{2}$
- [ ] $\infty$
- [ ] $\frac{7}{4}$
- [ ] $-\frac{7}{3}$

Riktig svar: e) $-\frac{7}{3}$

9. (2 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\frac{1}{x-\frac{\pi}{4}}}$ er lik:

- ☐ $e$
- ☐ $1$
- ☐ $\infty$
- ☐ $e^{\frac{1}{2}}$
- ☐ $e^2$

Riktig svar: e) $e^2$

10. (2 poeng) Den omvendte funksjonen til $f(x) = 2x + 3$ er:

- ☐ $g(x) = \frac{1}{2x+3}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{3} - \frac{5}{2}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
- ☐ $g(x) = \frac{1}{2x} + \frac{1}{3}$
- ☐ $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$

Riktig svar: c) $g(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$

11. (3 poeng) Funksjonen $f$ er injektiv, og vi vet at $f(2) = 3$ og $f'(2) = \frac{1}{4}$. Hvis $g$ er den omvendte funksjonen til $f$, vet vi også at:

- ☐ $g'(\frac{1}{4}) = 2$
- ☐ $g'(2) = 3$
- ☐ $g'(2) = 4$
- ☐ $g'(3) = \frac{1}{4}$
- ☐ $g'(3) = 4$

Riktig svar: e) $g'(3) = 4$

12. (3 poeng) Det *reelle* fjerdegradspolynomet $P(z)$ har $2i$ og $1 + i$ som røtter. $P(z)$ er lik:

- ☐ $z^4 + z^3 + 5z^2 + 4z + 4$
- ☐ $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8$
- ☐ $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$
- ☐ $z^4 - 2z^3 + 2z^2 - 3z + 8$
- ☐ $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 4z + 8$

Riktig svar: b) $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8$

13. (3 poeng) Grenseverdien $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^3+x^2}-\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$ er lik:

- ☐ $0$
- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ $\infty$
- ☐ $2$
- ☐ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Riktig svar: b) $\frac{1}{2}$

14. (3 poeng) Funksjonen $f$ er gitt ved $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{hvis } x < 0 \\ 2x+1 & \text{hvis } x \geq 0 \end{cases}$. Er

(i) $f$ kontinuerlig i 0? (ii) $f$ deriverbar i 0?

- ☐ Både (i) og (ii)
- ☐ Ingen av delene
- ☐ (i), men ikke (ii)
- ☐ (ii), men ikke (i)
- ☐ Gir ikke mening siden 0 er bruddpunktet

Riktig svar: c) (i), men ikke (ii).

15. (3 poeng) Når $x \to \infty$, har funksjonen $f(x) = xe^{\frac{2}{x}}$ asymptoten:

- ☐ $y = x + 2$
- ☐ Den har ingen asymptote
- ☐ $y = x$
- ☐ $y = x - 1$
- ☐ $y = 2x - 1$

Riktig svar: a) $y = x + 2$

16. (3 poeng) Integralet $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}\, dx$ er lik:

- ☐ $e^x \arctan e^x + C$
- ☐ $\ln(1 + e^{2x}) + C$
- ☐ $e^x \ln(1 + e^{2x}) + C$
- ☐ $e^x + e^{-x} + C$
- ☐ $\arctan e^x + C$

Riktig svar: e) $\arctan e^x + C$

17. (3 poeng) $\cos 75°$ er lik ($75°$ er det samme som $\frac{5\pi}{12}$ radianer):

- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$
- ☐ $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{4}$
- ☐ $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}}{6}$
- ☐ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Riktig svar: e) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

18. (3 poeng) Du skal bruke definisjonen av kontinuitet til å vise at funksjonen gitt ved $f(x) = 7x - 4$ er kontinuerlig i $a = 3$. Gitt $\epsilon > 0$, hvor liten må du velge $\delta$ for at $|f(x) - f(3)| < \epsilon$ når $|x - 3| < \delta$?

- ☐ Mindre enn $\min\{\frac{\epsilon}{2}, 1\}$
- ☐ Mindre enn $\frac{1}{\epsilon}$
- ☐ Mindre enn $\min\{\frac{\epsilon}{3}, 1\}$

☐ Mindre enn $\frac{\epsilon}{7}$
☐ Mindre enn $\frac{\epsilon}{4}$

Riktig svar: d) Mindre enn $\frac{\epsilon}{7}$

19. (3 poeng) Den deriverbare funksjonen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ skjærer linjen $y = ax + b$ tre steder. Da vet vi at:
☐ Det finnes nøyaktig ett punkt $x$ der $f(x) = b$
☐ $f$ har et maksimums- og et minimumspunkt
☐ Det finnes minst to punkter $x$ der $f'(x) = a$
☐ Det finnes et punkt $x$ der $f(x) = a$
☐ Det finnes nøyaktig ett punkt $x$ der $f'(x) = a$

Riktig svar: c) Det finnes minst to punkter $x$ der $f'(x) = a$

20. (3 poeng) En radar er plassert 14 meter over en vannrett vei. I et bestemt øyeblikk er avstanden fra radaren til en bil på bakken 50 meter og avtar med en fart på 24m/s. Hvor fort kjører bilen? (Du kan få bruk for at $\sqrt{2304} = 48$.)
☐ 24m/s
☐ 22.5m/s
☐ 23.04m/s
☐ 25m/s
☐ 27.5m/s

Riktig svar: d) 25m/s.

SLUTT