

## Oppgave- og svarark til underveiseksamen i MAT 1100

DATO: TIRSDAG 10/10, 2006

TID: KL. 9.00-11.00

VEDLEGG: FORMELSAMLING

TILLATTE HJELPEMIDLER: INGEN

OPPGAVESETTET ER PÅ 4 SIDER

Eksamen består av 20 spørsmål. De 10 første teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Det er bare ett riktig alternativ på hvert spørsmål. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på et spørsmål, får du 0 poeng. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. Krysser du av mer enn ett alternativ på et spørsmål, får du 0 poeng.

1. (2 poeng) Det komplekse tallet  $z$  har polarkoordinater  $r = 4$ ,  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ . Da er  $z$  lik:

- $2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$
- $-2 + 2i\sqrt{3}$
- $-2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$
- $-2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$
- $-2\sqrt{3} + 2i$

2. (2 poeng) Det komplekse tallet  $z = 3 - 3i\sqrt{3}$  har polarkoordinater:

- $r = 6, \theta = \frac{5\pi}{3}$
- $r = 6, \theta = \frac{\pi}{3}$
- $r = \sqrt{18}, \theta = \frac{4\pi}{3}$
- $r = i\sqrt{18}, \theta = \frac{5\pi}{3}$
- $r = 6, \theta = \frac{11\pi}{12}$

3. (2 poeng) Dersom  $z = \frac{7+i}{1+3i}$ , så er:

- $z = -\frac{5}{4} - \frac{5}{2}i$
- $z = 2 - i$
- $z = \frac{22}{5} + \frac{11}{5}i$
- $z = \frac{2}{5} - 2i$
- $z = 1 - 2i$

4. (2 poeng) Den deriverte til  $f(x) = \arctan(e^x)$  er:

- $\frac{e^x}{1+x^2}$
- $\frac{e^x}{\arccos(e^x)}$
- $\frac{1}{1+e^{2x}}$
- $\tan(e^x)$
- $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$

5. (2 poeng) Den deriverte til  $f(x) = x \cot(x^2)$  er:

- $\frac{2x}{\sin(x^2)}$
- $\cot(x^2) + 2x^2 \tan(x^2)$
- $\cot(x^2) + \frac{2x^2}{1+x^4}$
- $\cot(x^2) - \frac{2x^2}{\sin^2(x^2)}$
- $\tan(x^2)$

6. (2 poeng) Grenseverdien  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^5 - 2n^3 + 3}{4n^2 - 3n^3 - 2n^5}$  er lik:

- $-\frac{7}{2}$
- $-\infty$
- $0$
- $\frac{7}{4}$
- $\frac{3}{4}$

7. (2 poeng) Grenseverdien  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$  er lik:

- $-\frac{2}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\infty$
- $0$
- $1$

8. (2 poeng) Grenseverdien  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$  er lik:

- $\frac{1}{2}$
- $0$
- $\infty$
- $3$
- $1$

9. (2 poeng) Den omvendte funksjonen til  $f(x) = e^{2x} + 3$  er:

- $g(x) = \frac{1}{e^{2x} + 3}$
- Det finnes ingen omvendt funksjon
- $g(x) = \ln\left(\frac{x-3}{2}\right)$
- $g(x) = e^{-x} + \frac{1}{3}$
- $g(x) = \frac{1}{2} \ln(x - 3)$

10. (2 poeng) Funksjonen  $f$  har en omvendt funksjon  $g$ . Dersom vi vet at  $f(1) = 4$  og  $f'(1) = 3$ , så vet vi også at:

- $g'\left(\frac{1}{3}\right) = 4$
- $g'(1) = \frac{1}{3}$
- $g'(3) = 4$
- $g'(4) = \frac{1}{3}$
- $g'(4) = 3$

11. (3 poeng) Den deriverte til  $x^{\cos x}$  er lik:

- $\cos(x)x^{\cos x-1}$
- $-x^{\cos x} \sin x$
- $x^{\cos x} \left( \frac{\cos x}{x} - \ln(x) \sin(x) \right)$
- $e^{\cos(x) \ln x}$
- $x^{\cos x} + x^{-\sin x}$

12. (3 poeng) Det *reelle* fjerdegradspolynomet  $P(z) = z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d$  har  $i$  og  $1 - i$  som røtter.  $P(z)$  er lik:

- $z^4 + 5z^2 + 4$
- $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 2z + 5$
- $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8$
- $z^4 - 5z^2 + 3z + 2$
- $z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$

13. (3 poeng) Grenseverdien  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \frac{1}{x})^{x^2}$  er lik:

- 0
- $e^{-\frac{1}{2}}$
- $\infty$
- 1
- $e^2$

14. (3 poeng) Funksjonen  $f$  er gitt ved  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{hvis } x \neq 0 \\ A & \text{hvis } x = 0 \end{cases}$ . For hvilken verdi av  $A$  er  $f$  kontinuert?

- 1
- 0
- 1
- $\frac{1}{2}$
- Ingen verdi av  $A$

15. (3 poeng) Når  $x \rightarrow \infty$ , har funksjonen  $f(x) = \sqrt{x^2 + x}$  asymptoten:

- $y = x$
- Den har ingen asymptote
- $y = 2x + 1$
- $y = x + 1$
- $y = x + \frac{1}{2}$

16. (3 poeng) Funksjonen  $f(x) = 1 - x^{\frac{4}{5}}$  er konveks på:

- Hele  $\mathbb{R}$
- Ingen steder
- $(-\infty, 1)$
- Hvert av intervallene  $(-\infty, 0]$  og  $[0, \infty)$
- $(-1, \infty)$

17. (3 poeng) Løsningene til annengradsligningen  $z^2 + (1 - i)z - i = 0$  er:

- $z = -i$  og  $z = 1$
- $z = i$  og  $z = -i$
- $z = 2i$  og  $z = -1$
- $z = i$  og  $z = -1$
- $z = \frac{i}{2}$  og  $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$

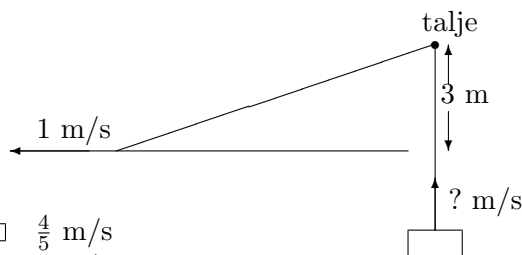
18. (3 poeng) Du skal bruke definisjonen av kontinuitet til å vise at funksjonen  $f(x) = 6x + 3$  er kontinuerlig i  $a = 2$ . Gitt en vilkårlig  $\epsilon > 0$ , hvor liten må du velge  $\delta$  for at  $|f(x) - f(2)| < \epsilon$  når  $|x - 2| < \delta$ ?

- Mindre enn  $\min\{\frac{\epsilon}{2}, 1\}$
- Mindre enn  $\frac{1}{\epsilon}$
- Mindre enn  $\min\{\frac{\epsilon}{3}, 1\}$
- Mindre enn  $\frac{\epsilon}{6}$
- Mindre enn  $\frac{\epsilon}{4}$

19. (3 poeng) En sylinderformet boks skal ha et volum på  $16 \text{ dm}^3$ . Du skal lage boksen slik at overflatearealet (sideflate+bunn+topp) blir minst mulig. Hvilken radius må du velge?

- $r = \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}} \text{ dm}$
- $r = \frac{\pi}{2} \text{ dm}$
- $r = \frac{3}{2} \text{ dm}$
- Vi kan få arealet så lite vi måtte ønske
- $r = \frac{5}{\pi} \text{ dm}$

20. (3 poeng) En tung gjenstand skal heises opp fra en brønn. Et 10 meter langt tau er festet i gjenstanden, ført gjennom en talje som henger 3 meter over bakken og deretter ned på bakkenivå som vist på figuren. Den løse enden av tauet blir dratt vannrett bortover med en fart på  $1 \text{ m/s}$ . Hvor fort beveger gjenstanden seg oppover i det øyeblikket den henger 5 meter under taljen?



- $\frac{4}{5} \text{ m/s}$
- $1 \text{ m/s}$
- $\frac{1}{5} \text{ m/s}$
- $\frac{3}{4} \text{ m/s}$
- $\frac{6}{5} \text{ m/s}$

SLUTT