MAT 1100: Obligatorisk oppgave 2, H-06

Innlevering: *Senest fredag 27. oktober, 2006, kl.14.30, på Ekspedisjonskontoret til Matematisk institutt (7. etasje NHA). Du kan skrive for hånd eller med datamaskin, men besvarelsen skal uansett leveres på papir. Erfaringsmessig blir det lange køer både ved skriverne og utenfor ekspedisjonskontoret rett før innleveringsfristen, så det er smart å levere tidligere.* **Husk å skrive navn og gruppenummer på besvarelsen!** *Se forøvrig*

http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT1100/h06/obliger.xml

for nærmer informasjon om regler for obligatoriske oppgaver. Husk spesielt å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no *før innleveringsfristen dersom du blir syk!*

Instruksjoner: *Oppgaven er obligatorisk, og studenter som ikke får besvarelsen godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen. For å få besvarelsen godkjent, må man ha minst 50% score, og det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle svar skal begrunnes. Du kan få poeng på et punkt selv om du ikke er kommet frem til et svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt det du har kommet frem til. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som gjennom besvarelsen viser at de har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse.*

Det er lov å samarbeide og å bruke alle slags hjelpemidler. Den innleverte besvarelsen skal imidlertid være skrevet av deg *og gjenspeile* din *forståelse av stoffet. Er vi i tvil om at du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.*

Det er bare én oppgave med 7 punkter. Hvert punkt teller like mye. Du kan besvare oppgaven på grunnlag av pensum fra *Kalkulus* til og med seksjon 8.3.

Oppgave

Funksjonen g er definert for alle $t \in \mathbb{R}$ ved

$$g(t) = te^t - e^t + 1$$

a) Undersøk hvor g er voksende og hvor den er avtagende. Hva er den minste verdien til g? Finn også $\lim_{t\to-\infty} g(t)$.

b) Avgjør hvor g er konveks og hvor den er konkav. Tegn grafen til g for $t \in [-10, 2]$ på grunnlag av de opplysningene du nå har.

Funksjonen f er definert ved

$$f(t) = \begin{cases} \frac{e^t-1}{t} & \text{for } t \neq 0 \\ \\ 1 & \text{for } t = 0 \end{cases}$$

c) Vis at f er kontinuerlig.

d) Finn $f'(0)$.

Funksjonen $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er definert ved

$$F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$$

e) Vis at F er strengt voksende.

f) Vis at F er konveks på hele $\mathbb{R}$.

g) Finn $\lim_{x\to\infty} \frac{F(x)}{\frac{e^x}{x}}$ og $\lim_{x\to-\infty} \frac{F(x)}{\ln|x|}$.

Lykke til!