Mat 1100 Obligatorisk oppgave 2

Høsten 2015

Ordinær levering:

Muntlig presentasjon (30 minutter) sammen med medstudent. Tid og sted etter avtale.

Utsatt levering (skriftlig):

Frist torsdag 12. november kl. 14.30.

Sted for utsatt innlevering:
7. etasje, Niels Henrik Abels hus. Det blir ofte kødannelse ved innleveringstidspunktet, så det kan være lurt å ikke komme rett før kl. 14.30. Husk å søke om utsettelse til studieinfo@math.uio.no før innleveringsfristen dersom du blir syk.

Instruksjoner:
Studenter som ikke får oppgaven godkjent, vil ikke få adgang til avsluttende eksamen.

Ordinær innlevering av oblig 2 består av 30 minutter muntlig presentasjon med tavle og kritt/tusj. Til presentasjonen kan skriftlig manus tas med, og presentasjonen skal normalt gjøres i par. Hovedfokus for presentasjonen vil være oppgave 1, men studentene må også være forberedt på å kunne få spørsmål fra punkter på de øvrige oppgavene i oppgavesettet. Se nærmere informasjon på semestersiden for Mat1100.

Studenter som ikke får den muntlige presentasjonen godkjent, kan få anledning til å levere oppgavesettet skriftlig til utsatt frist. For å få besvarelsen godkjent til utsatt frist, må man ha minst 60 % score. Det vil bli lagt vekt på at man har en klar og ryddig besvarelse med gode begrunnelser. Alle delspørsmål (punktene a, b osv) teller like mye. Du kan få poeng på en oppgave selv om du ikke har kommet frem til riktig svar, og det er derfor viktig at du leverer inn alt du har kommet frem til. Oppgaven til utsatt frist skal leveres med en egen forside, som du finner på

www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/obligforside.pdf

Det er lov å samarbeide og bruke alle hjelpemidler. Den endelige presentasjonen/ besvarelsen skal imidlertid være ditt produkt og reflektere din forståelse.

LYKKE TIL!

Oppgave 1

Et vannglass står på et flatt bord. Glasset består av et rett, sirkulært sylinderskall med indre radius 3 cm, høyde 10 cm og masse $m_s = 50$ gram festet på toppen av en massiv, sylinderformet bunn med høyde 1 cm og masse $m_b = 10$ gram. For hver $x \in [0, 10]$, la $h(x)$ være høyden til tyngdepunktet for glasset med innhold over bordet, når vannhøyden fra bunnen i glasset er x cm. Vi har da

$$h(x) = \frac{m_b h_b + m_s h_s + m_v h_v}{m_b + m_s + m_v},$$

der h_b cm er høyden til tyngdepunktet for glassets bunn over bordet, h_s cm er høyden til tyngdepunktet for glassets sidevegg over bordet, m_v gram er massen til vannet og h_v cm er høyden til vannets tyngdepunkt over bordet.

a) Forklar hvorfor $h_b = 0.5$, $h_s = 6$, $m_v = 9\pi x$ og $h_v = 1 + \frac{x}{2}$. Du kan gå ut fra at 1 kubikkcentimeter vann har masse nøyaktig 1 gram.

b) Regn ut $h(0)$ og $h(10)$. Hvordan kan disse funksjonsverdiene tolkes?

c) Avgjør hvor h vokser og avtar på definisjonsområdet $D_h = [0, 10]$. Finn eventuelle lokale og globale ekstremalpunkter for h.

d) Hvilken vannhøyde x i glasset gir lavest høyde $h(x)$ for tyngdepunktet?

e) Regn ut funksjonverdien $h(x)$ tilhørende verdien for x som du fant i d). Hva oppdager du?

Oppgave 2

La f være den reelle funksjonen gitt ved $f(x) = xe^{-|x|}$ for alle reelle tall x.

a) Avgjør om f er deriverbar i 0.

b) Avgjør hvor f vokser og avtar, og finn eventuelle lokale eller globale ekstremalpunkter for f.

c) Avgjør hvor f er konveks og konkav, og finn eventuelle vendepunkter for f.

d) Undersøk om f har vertikale, horisontale eller skrå asymptoter. Skisser grafen til f.

Oppgave 3

Finn volumet av legemet som fremkommer når grafen til funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \sqrt{\frac{\arctan x}{1 + x^2}}$$

på intervallet [10, 11] roteres om x-aksen.

SLUTT