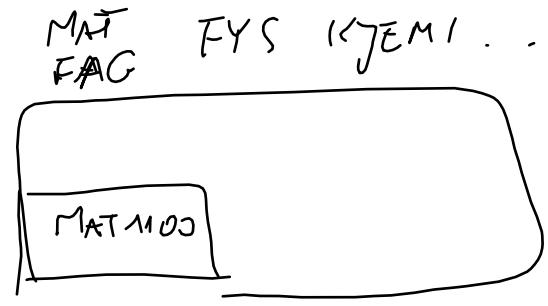
19/08/2024

MAT 1100

Praktisk informasjon

Første kurs i matematikk

MAT1100 fundament




verktøyskasse ⟶ andre fag

Innhold: Kalkulus av J. Lindstrøm. Kap 1-12.

Nettside: Alt som gjelder kurset

Forelesninger → 2×2 timer NL
→ 1×2 timer KM

Gruppetimer

Praktiske spørsmål: studieinfo@math.uio.no

Faglige spørsmål: spør oss, NL eller KM.
Spør gruppelærerne.

F1 19/08/2024



Kapittel 3.7 i Kalkulus ([L]) ← Lindstrøms

## Tallmengder og notasjon

De naturlige tallene: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Skriver $n \in \mathbb{N}$ (leser $n$ tilhører $\mathbb{N}$) for å betegne et naturlig tall.

Ønsker å løse ligninger: $x + 1 = 0$

$x + m = n$, $m, n \in \mathbb{N}$.

Tilføyer negative tall og null: får heltallene.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Skriver gjerne $m \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ligning: $nx = m$, $m, n \in \mathbb{Z}$, $n \neq 0$. Innfør de rasjonale tallene

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$.

Ligning $x^2 = 2$. Innfører vi de irrasjonale tallene. Får de reelle tallene, $\mathbb{R}$. Bruker gjerne $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, ...

Ligning: $x^2 = -1$.

Vet at $a^2 \geq 0$ for $a \in \mathbb{R}$.

Innfører de imaginære tallene og de komplekse tallene.

F1 19/08/2024 (2)

Vi vet hva realtallene er, kjenner regnereglene.

Nytt: vi innfører et "tall" $i$ som oppfyller $i^2 = -1$.

↑ fra imaginær

Plan: utvider $\mathbb{R}$ med nye tall men vi ønsker å bevare og viderefører de kjente regnereglene.

Definisjon Et komplekst tall er et uttrykk

$a + bi$ ( leses a pluss b (ganger) i ).

Mengden av slike tall betegnes $\mathbb{C}$. Skriver gjerne $z \in \mathbb{C}$, $w \in \mathbb{C}$ for å betegne et komplekst tall.

Merk: vi skiller ikke mellom $a+bi$ og $a+ib$.

Eksempler: 1) $4$, $a=4$, $b=0$. Så $4 = 4+0i$.

2) $4+3i$, $a=4$, $b=3$.

3) $4-3i$, $a=4$, $b=-3$.

4) $-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\sqrt{3}$, $a = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = \sqrt{3}$.

5) $0 = 0+0i$, $a=b=0$.

6) $1 = 1+0i$, $a=1$, $b=0$.

7) $i = 0+1i$, $a=0$, $b=1$.

Gitt $z = a+ib$, vi setter $a = \mathrm{Re}(z)$, realdelen til $z$,
og $b = \mathrm{Im}(z)$, imaginær delen til $z$.

Gitt $z = a+ib$ og $w = c+id$ komplekse tall, vi sier

$z = w$ hvis og bare hvis $a=c$ og $b=d$.

$\mathrm{Re}(z) = \mathrm{Re}(w)$ og $\mathrm{Im}(z) = \mathrm{Im}(w)$.

Eksempel: $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + i\sqrt{3}$, $\mathrm{Re}(z) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\mathrm{Im}(z) = \sqrt{3}$.

$z = 2i$, $\mathrm{Re}(z) = 0$, $\mathrm{Im}(z) = 2$.

Addisjon $z = 4+5i$, $w = -3+2i$.

$$z+w = (4+5i)+(-3+2i)$$
$$= 4+5i-3+2i$$
$$= 4-3+5i+2i$$
$$= 1+7i.$$

Regel: $(a+ib)+(c+id) = (a+c)+i(b+d)$.

Subtraksjon $(4+5i)-(-3+2i) = 4+5i+3-2i$

$$= 4+3+5i-2i$$
$$= 7+3i.$$

Regel: $(a+ib)-(c+id) = (a-c)+i(b-d)$.

Multiplikasjon Husk $i^2 = -1$.

$z = 2-5i$, $w = -3+4i$

$$z \cdot w = (2-5i)\cdot(-3+4i)$$
$$= 2\cdot(-3)+2\cdot(4i)+(-5i)(-3)+(-5i)\cdot(4i)$$
$$= -6+8i+15i-i^2\cdot(5\cdot 4)$$

$i^2 = -1$

$$= -6+23i+20$$
$$= 14+23i$$

Regel: $(a+ib)(c+id) = a\cdot c + a\cdot(id)+(ib)\cdot c+(ib)\cdot(id)$

$$= ac+iad+ibc+i^2\cdot bd$$
$$= ac+iad+ibc-bd$$
$$= ac-bd+i(ad+bc).$$ Trenger ikke huske dette.

Hva med divisjon?

$\frac{z}{w}$, trenger $w \neq 0$

$w = c + id$, $0 = 0 + id$. Så minst en av $c$ og $d$ er $\neq 0$.

$\Rightarrow c^2 + d^2 \neq 0$.

Definerer $\bar{w} = c - id$. (det konjugerte til $w$).

$$w\bar{w} = (c+id)(c-id) = c^2 - cid + idc - \underbrace{i^2}_{-1} d^2$$

$$= c^2 - icd + icd + d^2$$

$$= c^2 + d^2 > 0.$$

$\frac{z}{w}$ regnes ut fra $\frac{z\bar{w}}{w\bar{w}}$. Mer neste gang.