

FORMELSAMLING FOR MAT 1100, oppdatert høsten 2025

Ekspontialfunksjoner

Derivasjon: $(a^x)' = a^x \ln a$ spesielt $(e^x)' = e^x$
Identiteter: $a^x a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ $(a^x)^y = a^{xy}$

Logaritmefunksjonen

Derivasjon: $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$
Identiteter: $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ $\ln(\frac{x}{y}) = \ln x - \ln y$ $\ln \frac{1}{x} = -\ln x$
 $\ln(x^a) = a \ln x$ for $x, y > 0$

Trigonometriske funksjoner

Derivasjon: $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$
 $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
Identiteter: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
 $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
 $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$
 $\sin x = \pm \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$
 $\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$

Eksakte verdier:

v	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin v$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos v$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\tan v$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	—

Arcusfunksjoner

Derivasjon: $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 $(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

Komplekse tall

Skrivemåter: $z = a + ib = r \cos \theta + ir \sin \theta = re^{i\theta}$
Ekspontialfunksjonen: $e^{a+ib} = e^a(\cos b + i \sin b)$
De Moivres formel: $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$

Anvendelser av integrasjon

Volum av omdreiningslegemer om x -aksen: $V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx$

Volum av omdreiningslegemer om y -aksen: $V = 2\pi \int_a^b xf(x) dx$

Buelengde: $L = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$

Taylorpolynomet med restledd

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + \frac{1}{n!} \int_a^x f^{(n+1)}(t) (x-t)^n dt \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1} \end{aligned}$$

Rekker

$\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^p$ konvergerer hvis og bare hvis $p > 1$

Geometriske rekker: $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$, konvergensområde $(-1, 1)$

Noen taylorrekker: $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \text{ konvergensområde } [-1, 1)$$

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}, \text{ konvergensområde } [-1, 1]$$