UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	MAT1100 — Kalkulus
Eksamensdag:	Mandag 5. oktober 2026
Tid for eksamen:	15:00 – 17:00
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler:	Formelsamling

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1. Uttrykket $\sum_{k=0}^{6} 2^k$ er lik:
A) 120
B) 127
C) 128
D) 256
E) 132

Oppgave 2. Realdelen til det komplekse tallet $e^{i\pi/3}$ er:
A) $\sqrt{2}/2$
B) $1/2$
C) $1/3$
D) $\pi/3$
E) $e^{\pi/3}$

Oppgave 3. Imaginærdelen til det komplekse tallet $(1+i)^2$ er:
A) 1
B) 0
C) 2
D) $2i$
E) -1

Oppgave 4. En kvadratrot til $4i$ er:
A) $2i$
B) $\sqrt{2}(1+i)$
C) -2
D) $2+2i$
E) $2e^{i\pi/2}$

Oppgave 5. Det komplekse tallet $e^{-i\pi}$ er lik:
A) 1
B) i

(Fortsettes på side 2.)

C) -1
D) $-i$
E) 0

Oppgave 6. Mengden av komplekse tall z som tilfredsstiller $|z-1|=2$ kan tolkes i det komplekse planet som:
A) En vertikal linje
B) To linjer som skjærer hverandre
C) En sirkel med radius 2
D) En sirkel med senter i 1 og radius $\sqrt{2}$
E) En parabel

Oppgave 7. Likningen $z^2 - z + 1 = 0$ med ukjent $z \in \mathbb{C}$:
A) har ingen komplekse røtter
B) har to ulike komplekse røtter med realdel $1/2$
C) har to ulike komplekse røtter med realdel $-1/2$
D) har bare reelle røtter
E) har $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ som rot.

Oppgave 8. Følgen (u_n) definert for $n \in \mathbb{N}$ ved:

$$u_n = \frac{10n^5 + n^2 + 1}{n^5 + 10n^3 + 2} \tag{0.1}$$

har følgende grense når n går mot $+\infty$:
A) 0
B) $+\infty$
C) $1/2$
D) 10
E) $1/10$

Oppgave 9. Når man skriver at:

$$\lim_{n\to+\infty} (n^2 - n + 1)/n = +\infty \tag{0.2}$$

betyr det at:
A) Det finnes $\epsilon > 0$ og $N \in \mathbb{N}$ slik at når $n \in \mathbb{N}$ og $n > N$ har vi $(n^2 - n + 1)/n > \epsilon$.
B) For hver $M \in \mathbb{R}$ finnes det $N \in \mathbb{N}$ slik at når $n \in \mathbb{N}$ og $n > M$ har vi $n^2 - n + 1 > Nn$.
C) For hver $M \in \mathbb{R}$ finnes det $N \in \mathbb{N}$ slik at når $n \in \mathbb{N}$ og $n > N$ har vi $n^2 - n + 1 > Mn$.
D) For hver $\epsilon > 0$ finnes det $N \in \mathbb{N}$ slik at når $n \in \mathbb{N}$ og $n > N$ har vi $(n^2 - n + 1)/n < \epsilon$.
E) For en gitt $M \in \mathbb{R}$ finnes det én og bare én $N \in \mathbb{N}$ slik at når $n \in \mathbb{N}$ og $n > N$ har vi $n^2 - n + 1 > Mn$.

Oppgave 10. Vi har at grensen:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{|x|}{x} \tag{0.3}$$

(Fortsettes på side 3.)

A) finnes ikke
B) er 0
C) er 1
D) er $+\infty$
E) er -1

Oppgave 11. La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en strengt voksende deriverbar funksjon, med omvendt funksjon $g = f^{-1}$. Vi antar at:

$$f'(0) = 1/2 \text{ og } f(0) = 1, \tag{0.4}$$
$$f'(1) = 3 \text{ og } f(1) = 2. \tag{0.5}$$

Da er $g'(1)$ lik:
A) $1/2$
B) 2
C) 3
D) $1/3$
E) 0

Oppgave 12. La $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ være en voksende følge i $\mathbb{R}$ slik at $u_0 = 1$ og for alle $n \in \mathbb{N}$ har vi $u_n < 2$. Da har vi at:
A) Følgen behøver ikke konvergere i $\mathbb{R}$.
B) Følgen konvergerer mot 2.
C) Følgen konvergerer mot en grense som ligger i $[1, 2]$.
D) Følgen kan ikke konvergere mot 2.
E) Følgen konvergerer mot $\sqrt{2}$.

Oppgave 13. La f være en funksjon fra $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ til $\mathbb{R}$ definert ved:

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ for } x \neq 1. \tag{0.6}$$

Vi betrakter grafen til f i planet, som har standard koordinater x og y. Hvilken av følgende likninger for en linje definerer en asymptote for f?
A) $y = x$
B) $x = -1$
C) $y = 1$
D) $y = 0$
E) $y = x - 1$

Oppgave 14. La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en funksjon. Hvilket av følgende utsagn er en definisjon av at:

$$\lim_{x\to 1} f(x) = -1? \tag{0.7}$$

A) For hver $\epsilon > 0$ finnes det $\delta > 0$ slik at for $x \in \mathbb{R}$:

$$(x \neq 1 \text{ og } |f(x) + 1| < \delta) \text{ medfører } |x - 1| < \epsilon. \tag{0.8}$$

B) For hver $\epsilon > 0$ finnes det $\delta > 0$ slik at for $x \in \mathbb{R}$:

$$0 < |x - 1| < \delta \text{ medfører } |f(x) + 1| < \epsilon. \tag{0.9}$$

(Fortsettes på side 4.)

C) $f(1) = -1$.
D) For hver $\epsilon > 0$ finnes det $\delta > 0$ slik at for $x \in \mathbb{R}$:

$$|x - 1| < \delta \text{ medfører } |f(x) + 1| < \epsilon. \tag{0.10}$$

E) Funksjonen f er kontinuerlig i 1.

Oppgave 15. La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være en funksjon definert ved at $f(x) = x^3 - 3x$, for $x \in \mathbb{R}$. Da har vi:
A) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
B) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$
C) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 3$
D) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -3$
E) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ kan ikke defineres

Oppgave 16. Anta at $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ er en kontinuerlig funksjon. Vi antar videre at:

$$f(0) = f(2) = 1 \text{ og } f(1/2) = 0. \tag{0.11}$$

Da er det nødvendigvis sant at:
A) f når sitt maksimum i 0 og 2.
B) f er begrenset og minimumsverdien til f er 0.
C) f er begrenset og når sitt minimum i to punkter.
D) f er begrenset men behøver ikke nå sitt minimum.
E) f har en minimumsverdi m som tilfredsstiller $m \leq 0$.

Oppgave 17. La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være gitt ved at for $x \in \mathbb{R}$ har vi:

$$f(x) = \frac{1 + x}{1 + x^2}. \tag{0.12}$$

Da har vi at:
A) $f'(0) = 1$
B) $f'(0) = 2$
C) $f'(0) = -2$
D) $f'(0) = 0$
E) $f'(0) = -1$

Oppgave 18. La a og b være to reelle tall, med $a \geq 0$ og $b \geq 0$. Da har vi nødvendigvis at:
A) $(a + b)^4 \geq a + b$
B) $(a + b)^4 \geq 4(a^4 + b^4)$
C) $(a + b)^4 \geq a^4 + 4a^3b$
D) $(a + b)^4 \geq a^4 + 5a^3b$
E) $(a + b)^4 \geq 16$

SLUTT