10. september 2026

MAT1100 – Kalkulus

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 24. SEPTEMBER 2026, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk. På en annen side er terskelen for at en innlevert oppgave skal bli godkjent, veldig lav. Kravet er å levere inn et *reelt forsøk* på å løse de to oppgavene i den obligatoriske delen. Forsøket kan være feil men bør i det minste fremstå som ærlig.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser.

Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester, med mindre man har et fritak i henhold til regelverket.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Husk at på slutt-eksamen er følgende formelark tillatt og inneholder for eksempel eksakte verdier av trigonometriske funksjoner anvendt på noen bemerkelsesverdige vinkler.

OBLIGATORISK DEL

Oppgave 1. Bestem eksplisitt løsningsmengden til følgende ligning med ukjent x:

$$x^3 - 21x + 20 = 0. \tag{1}$$

Oppgave 2. Bestem de komplekse 6-te røttene til 1 både i rektangulær (kartesisk) og polar form. Plasser punktene på en figur.

IKKE-OBLIGATORISK DEL Denne delen er ikke obligatorisk og *teller ikke* for å få godkjent innleveringen. Poenget med oppgavene er å gi studenter mulighet for skriftlig tilbakemelding fra sin gruppelærer på sitt forsøk. Vi ber derfor om forståelse for at det bare vil skape unødvendig frustrasjon å levere KI genererte svar.

Oppgave 3. Vi definerer to funksjoner $x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ved at for $t \in \mathbb{R}$ har vi:

$$x(t) = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{og} \quad y(t) = \frac{1-t^2}{1+t^2}. \tag{2}$$

(i) Sjekk at punktet $(x(t), y(t))$ alltid ligger på enhetssirkelen i planet.

(ii) Anta at $t = \tan(\theta)$ for en $\theta \in \mathbb{R}$. Sjekk ved hjelp av trigonometriske identiteter at da har vi:

$$x(t) = \sin(2\theta) \quad \text{og} \quad y(t) = \cos(2\theta). \tag{3}$$

(iii) Når t vokser fra $-\infty$ til $+\infty$, vokser $\theta = \arctan(t)$ fra $-\pi/2$ til $\pi/2$. Hvordan beveger da punktet $(x(t), y(t))$ seg i planet? Det bes ikke om et fullstendig argument, men om en intuitiv forståelse av hva som skjer.

Oppgave 4. Bestem de komplekse 4-de røttene til -4 både i rektangulær (kartesisk) og polar form. Plasser punktene på en figur.

Oppgave 5. Vi definerer en følge $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ved:

$$u_n = 1000^n/n! \tag{4}$$

Vi har lyst å få en bedre forståelse av denne følgen, først ved å se på små verdier av n og så se på vilkårlig store verdier av n.

(i) Regn ut u_0, u_1, u_2 og u_3.

(ii) Sjekk at når $n \geq 1000$ har vi $u_{n+1} \leq (1000/1001)u_n$.

(iii) Vis ved induksjon at for $n \geq 1000$ har vi at:

$$u_{n+1} \leq (1000/1001)^{n-999}u_{1000}. \tag{5}$$

(iv) Begrunn så godt du kan at:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0. \tag{6}$$