Oppgaver til uke 35: løsningsforslag (ved Arne Hole)

Se lenker under Ressurser/Gamle eksamensoppgaver på Emnesiden for løsningsforslag.

- MAT-INF1100 høst 22 del 2 oppgave 1
- MAT-INF1100 høst 23 del 2 oppgave 1

Disse løsningsforslagene gir noen ganger bare sluttresultatet. Husk at veien er vel så viktig som målet.

Oppgaveløsninger 1.

(a) Sant

(b) Sant

(c) Usant

(d) Sant

(e) Usant

(f) Sant

(g) Sant

(h) Sant

(i) Usant (den tomme mengden er et objekt, og dette objektet er ikke et element i A)

Oppgaveløsninger 2.

(a) $\{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

(b) $\{1, 3, 4, 6, 7\}$

Oppgaveløsning 3.

$R \cap S = \{3, 5, 7\}$, $R \cup S = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $R \setminus S = \{1\}$, $S \setminus R = \{9\}$.

Oppgaveløsninger 4.

(a) $(2, 5]$

(b) $(-\infty, 10]$

Oppgaveløsning 5.

$\inf U = 3$ og $\sup U = 12$

Oppgaveløsninger 6.

(a) $517/16 = 32.3125$

(b) $125/36$

Oppgaveløsninger 7.

(a) $\dfrac{x^3 - x^2}{2 + x}$

(b) $\dfrac{x^2 + 5x}{x^2 + 2}$

(c) $x^4 - y$

(d) x

(e) $\dfrac{x + 1}{x^2}$

(f) $\dfrac{5x - 8}{x}$

(g) $\dfrac{1}{x}$

(h) $\dfrac{a - b}{a}$

Oppgaveløsninger 8.

(a) $\dfrac{x^2 + xy}{1 + x}$

(b) x

(c) $\dfrac{1}{x(x - 1)}$

(d) Kan ikke forenkles vesentlig

(e) x

(f) $\dfrac{a}{gie}$

(g) -27

(h) $\dfrac{\mathrm{Dt^2e - r - g^2entli}}{\mathrm{bar - slud^2r}}$

Oppgaveløsninger 9.

(a) x

(b) x^4

(c) 1

(d) 16^{-8}

Oppgaveløsninger 10.

(a) $x^2 + 8x + 15$

(b) $2x^3 + 3x^2 - 10x - 15$

(c) $y^2 - 9$

(d) $x^3 - x + 2x^2 - 2$

Oppgaveløsning 11.

Svaret blir $\frac{1}{2}(2x + 8) - x = 4$

Oppgaveløsninger 12.

(a) Usant

(b) Sant

(c) Usant

(d) Usant

(e) Sant

(f) Sant

Oppgaveløsninger 13.

(a) 408/99

(b) $a = -77993434/999900$

Oppgaveløsning 14.

La $c = a + b$, da har vi $b = c - a$. Anta at c er rasjonalt. Siden både c og a nå er rasjonale, blir b også rasjonalt. (Tenk vanlig brøkaddisjon ved felles nevner.) Dette strider mot antakelsen om at b er irrasjonalt. Tilsvarende for $a - b$.

Oppgaveløsning 15.

Samme triks som på forrige oppgave. Hvis for eksempel $c = ab$ og $a \neq 0$, får vi $b = c/a$, som blir rasjonalt hvis a og c er rasjonale (brudden brøk, gjør om til vanlig brøk).

Oppgaveløsning 16.

0

Oppgaveløsning 17.

Oppgaveløsninger 18.

(a) $x^2 + 2$

(b) $x^2 - x + 1$

(c) $x^2 + 3$

Oppgaveløsning 19.

$x^3 + 2x + 1$, vi får $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 9x + 4 = (x^3 + 2x + 1) \cdot (x + 4)$

Oppgaveløsning 20.

$x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3$

Oppgaveløsninger 21.

(a) Går ikke opp, $(x^2 - 2x + 1)/(x + 1) = x - 3 + 4/(x + 1)$

(b) $x - 3$

(c) Går ikke opp, $(x^7 + x^6 - 1)/(x + 1) = x^6 - 1/(x + 1)$

(d) Går ikke opp, $(2x^3 + 4x)/(x^2 + 1) = 2x + 2x/(x^2 + 1)$

Oppgaveløsninger 22.

(a) $x = t$, $x = -1$

(b) $x = (-a - t^2)/(kt)$

(c) $x = 5$, $x = -1$

(d) $x = 10$

Oppgaveløsning 23.

(a) $x = 1$, $x = 4$, $x = -5$

Oppgaveløsning 24.

Oppgaveløsninger 25.

Oppgaveløsninger 26.

(a) 364

(b) 10

(c) 142

(d) -2

Oppgaveløsning 27.

$\sum_{i=3}^{6} 4^i$

Oppgaveløsning 28.

84

Oppgaveløsning 29.

24

Oppgaveløsning 30.

720

Oppgaveløsning 31.

12271512

Oppgaveløsning 32.

Oppgaveløsning 33.

$a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8$

Oppgaveløsning 34.

1184040

Oppgaveløsning 35.

Begge har på en måte rett, for svaret blir *ti*

Oppgaveløsning 36.

(a) Tallet d er ikke første tall på listen, fordi første desimal ikke stemmer. Det er ikke andre tall på listen, fordi andre desimal ikke stemmer. Generelt er d ikke n-te tall på listen, fordi desimal n ikke stemmer. Altså er d ingen steder på listen.
Resultatet ovenfor viser at spranget fra $\mathbb{Q}$ til $\mathbb{R}$ på en fundamental måte er *større* enn sprangene fra $\mathbb{N}$ til $\mathbb{Z}$ og fra $\mathbb{Z}$ til $\mathbb{Q}$. Man sier at mengden $\mathbb{R}$ har et

høyere *transfinit kardinaltall* enn mengdene $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ og $\mathbb{Q}$, som alle er tellbare og dermed har samme transfinite kardinaltall.

(b) Hvis $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ er tellbar, fins det en liste over alle tallene i den. Da kan vi lage en liste over alle reelle tall ved å sakse listen med en liste over alle rasjonale tall, altså ta rasjonalt tall nr. 1, irrasjonalt tall nr. 1, rasjonalt tall nr. 2, irrasjonalt tall nr. 2, og så videre.

(c) Mengden av irrasjonale tall har høyere kardinalitet enn mengden av rasjonale tall, fordi mengden av irrasjonale tall er utellbar.