Oppgaver til uke 36 (ved Arne Hole)

Oppgaver om følger og kombinatorikk overført fra forrige uke.

Eksponential og logaritme

Oppgave 1.
Løs ligningene
(a) $4 = 5 \cdot 10^x$

(b) $3 = 12 \cdot 5^{-x}$

(c) $5 = \dfrac{2}{7^{3x}}$

(d) $3 = \log(2x + 5)$

Plangeometri

Oppgave 2.
Bruk definisjonen av sinus og cosinus til å finne eksakte verdier for $\sin\theta$ og $\cos\theta$ når
(a) $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

(b) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

(c) $\theta = \dfrac{5\pi}{4}$

Oppgave 3.
Finn uten bruk av kalkulator:
(a) $\arctan 1$

(b) $\arcsin \dfrac{1}{2}$

(c) $\arccos(-\dfrac{1}{2})$

(d) $\arcsin(-\dfrac{1}{2})$

Oppgave 4.
Angi polarkoordinater til punktene i planet med følgende kartesiske koordinater:
(a) $(2, 0)$

(b) $(0, 4)$

(c) $(0, -1)$

(d) $(1, 1)$

(e) $(1, \sqrt{3})$

(f) $(-3, 4)$

Oppgave 5.
Angi de kartesiske koordinatene til punktene i planet med følgende polarkoordinater:
(a) $r = 1, \ \theta = \pi$

(b) $r = \sqrt{2}, \ \theta = 5\pi/4$

Oppgave 6.
Om de trigonometriske addisjonformlene.
(a) Gi et geometrisk argument for addisjonsformelen for cosinus:

$$\cos(u + v) = \cos(u)\cos(v) - \sin(u)\sin(v), \tag{1}$$

ved å tolke alle leddene som avstander (langs x-aksen).

Hint: Se Figur 10 side 11 i Tom Lindstrøms notat om *Trigonometriske funksjoner* eller Oppgave 5 side 63 i KOLA.

(b) Sjekk at:

$$\sin(u) = \cos(\pi/2 - u). \tag{2}$$

(c) Utled addisjonsformelen for sinus fra addisjonsformelen for cosinus.

(d) Bruk addisjonsformlene for cosinus og sinus til å vise at:

$$\tan(u + v) = \frac{\tan(u) + \tan(v)}{1 - \tan(u)\tan(v)}. \tag{3}$$