Oppgaver til uke 38 (ved Arne Hole)

Oppgaver videreført fra forrige uke.

Følger og deres konvergens.

Notasjon (Snorres notasjon på forelesning sammenliknet med KOLA):

$$(a_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ betyr det samme som } \{a_n\}_{n=0}^{\infty}. \tag{1}$$

Tilsvarende om man fjerner leddet med index 0.

Oppgave 1.
Eksamensoppgave

- Midtveis eksamen høst 24 oppgave 6.

Oppgave 2.
Skriv opp de 6 første leddene i følgen

$$\{(-1)^n/n\}_{n=1}^{\infty}. \tag{2}$$

Konvergerer denne følgen? I så fall mot hva?

Oppgave 3.
Vis at følgen

$$\left\{\frac{5n+7}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}. \tag{3}$$

konvergerer mot 5 ved å bruke definisjonen av konvergens direkte, eller ved bruke reglene for sum og produkt av følger.

Oppgave 4.
Avgjør om disse følgene konvergerer:
(a) $\left\{\dfrac{2n^2}{\sqrt{n}+n^2}\right\}_{n=1}^{\infty}$
(b) $\left\{\dfrac{(1/2)^n-(4/5)^n}{(2/3)^n}\right\}_{n=1}^{\infty}$
(c) $\left\{\dfrac{1+(-1)^n n^2}{n^3+1}\right\}_{n=0}^{\infty}$

Oppgave 5.
La følgen $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ være gitt ved $a_1 = 1$, og

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n - \frac{5}{2}, \quad \text{for } \ n = 1, 2, 3, \ldots \tag{4}$$

(a) Vis at følgen er nedad begrenset av -5.

(b) Vis at følgen er avtakende.

(c) Vis at følgen konvergerer, og finn ut hva den konvergerer mot.