Løsninger til oppgaver til uke 40 (ved Arne Hole)

Oppgave 1:

(a) $f'(x) = 89x^{88}$

(b) $f'(x) = 5$

(c) $f'(x) = -10/x^3$

(d) $f'(x) = 3x^2 - 2x^{-3}$

(e) $f'(x) = (2x(x^3+1) - x^2 \cdot 3x^2)/(x^3+1)^2$

(f) $f'(x) = -2(x-1)^{-2}$

Oppgave 2:

(a) $f'(x) = (2x+1)(1+x^3+x^6) + (x^2+x+1)(3x^2+6x^5)$

(b) $f'(x) = (7x^6+x^{-2})(x^7+x^3+2) + (x^7+x^{-1})(7x^6+3x^2)$

(c) $f'(x) = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x(\sin x + \cos x)$

(d) Her kan vi skrive $f(x) = x(e^x \sin x)$ og bruke svaret fra forrgie delpunkt. Produktregelen gir da

$$f'(x) = 1 \cdot e^x \sin x + xe^x(\sin x + \cos x)$$

Oppgave 3:

(a) $f'(x) = \cos(2x^2) \cdot 4x$

(b) $f'(x) = 10(\cos x)^9(-\sin x)$

(c) $f'(x) = -1/(\sin^2 x)$

(d) $f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

Oppgave 4:

(a) $f'(x) = 3(\ln|x|)^2 \cdot \frac{1}{x}$

(b) $f'(x) = (x+2)^{12} + 12(x+1)(x+2)^{11} - 2/x^2$

(c) $f'(x) = (x^2+1)^9 + 18x^2(x^2+1)^8$

(d) $g'(x) = [8x^7(x^2+x^3) - (x^8-2)(2x+3x^2)]/(x^2+x^3)^2 - (1+4x^3)/(x+x^4)^2$

(e) $h'(x) = 8[(x^2+1)^{11}+x^4]^7 \cdot [22x(x^2+1)^{10} + 4x^3]$

Oppgave 5:

(a) $f'(x) = -x^{-2}(1-(1/x)^2)^{-1/2}$

(b) $f'(x) = 2x/(1+(x^2)^2)$

Oppgave 6:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(7(x+h)+13)-7x+13}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{7h}{h} = 7$$

Oppgave 7:

Oppgave 8:

(a) $f'(x) = 5e^{5x}$

(b) $f'(x) = (4x^3+2x)/(x^4+x^2)$

(c) $f'(x) = e^{x^2+2x}(2x+2)$

(d) $f'(x) = e^{(\ln 10)x}\cdot(\ln 10) = 10^x \ln 10$

(e) $f'(x) = 1/(x\ln 5)$

(f) $f'(x) = e^x \ln((x+1)/(x^2+1)) + e^x(x^2+1)(-x^2-2x+1)(x+1)^{-1}(x^2+1)^{-2}$

Oppgave 9:

(a) $f'(x) = \tan x + x/(\cos^2 x)$

(b) $f'(x) = 2x/(\cos^2(x^2))$

Oppgave 10:

Vi bruker den vanlige produktregelen to ganger:

$$(uvw)' = (u(vw))' = u'(vw)+u(vw)' = u'(vw)+u(v'w+vw') = u'vw+uv'w+uvw'$$

Oppgave 11:

Oppgave 12:

(a) $2x$

(b) $9(5t+t^3)^8(5+3t^2)$

(c) $2at+3t^2$

(d) t^2

(e) $2ay+xk$

(f) gt

(g) $6a_0(a_0x+\phi)^5$

(h) $4x$

Oppgave 13:

$2xyzta + tvp^2$ og $2tvxp$

Midtveis eksamen høst 24 oppgave 8, 14, 15, 16, 17
Oppgave 14:

(a) $x = 0$

(b) Vokser på $(-\infty, 1]$, avtar på $[1, \infty)$. Makspunkt $x = 1$

(c) Konkav på $(-\infty, 2]$, konveks på $[2, \infty)$. Vendepunkt $x = 2$.

Oppgave 15:

a) $x = 0$
b) Avtar på $(-1, -1/5]$ og vokser på $[-1/5, 1/5]$. Globalt minimumspunkt $x = -1/5$. Minimumsverdi: $f(-1/5) = -e^2/5$. Globalt maksimumspunkt $x = 1/5$. Maksimumsverdi $f(1/5) = (e^4)/5$
c) Konkav på $(-1, -2/5]$, konveks på $[-2/5, 1/5]$. Vendepunkt $x = -2/5$

Oppgave 16:

a) $x = 0$
b) Avtar på $(-1, -1/a]$ og vokser på $[-1/a, 1/a]$. Globalt minimumspunkt $x = -1/a$. Minimumsverdi: $f(-1/a) = -e^2/a$. Globalt maksimumspunkt $x = 1/a$. Maksimumsverdi $f(1/a) = e^4/a$
c) Konkav på $(-1, -2/a]$, konveks på $[-2/a, 1/a]$. Vendepunkt $x = -2/a$

Oppgave 17:

(a) Bruk Rolles teorem på funksjonen $g(x) = f(x) - f(0)$, eller middelverdisetningen.

(b) Middelverdisetningen med $b = 1$, $a = 0$.