21. september 2026

MAT1100U

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Onsdag 21. oktober 2026, klokken 20:00 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og skanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Skannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med Christin i god tid før innleveringsfristen (e-post: ingerbo@math.uio.no).

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver høsten 2026 og våren 2027.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se nedenfor.

Dere vil få mulighet til å levere et andre forsøk.

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

For å få denne obligatoriske oppgaven godkjent må du ha en skår på minst 60 %. Alle deloppgaver teller likt.

Oppgave 1.

a) Finn alle de komplekse løsningene til likningen

$$z^6 + 4z^3 + 16 = 0,$$

og vis at alle løsningene ligger på en sirkel i det komplekse planet.

b) Skriv $z^6 + 4z^3 + 16$ som et produkt av reelle andregradspolynomer.

Oppgave 2. Vi har definert

$$\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \quad \text{og} \quad \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

for $z \in \mathbb{C}$.

a) Vis at

$$\cos^2 z + \sin^2 z = 1$$

for alle $z \in \mathbb{C}$.

b) Vis at

$$|\cos z|^2 + |\sin z|^2 = 1$$

hvis og bare hvis $z \in \mathbb{R}$.

Oppgavene fortsetter på neste side.

Oppgave 3. La følgen $\{a_n\}$ være gitt ved

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \quad \text{for } n = 1, 2, \ldots$$

a) Vis at følgende likheter holder

$$a_n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \frac{1}{n^i} = 2 + \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{i!}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{i-1}{n}\right).$$

(*Hint:* Bruk bl.a. binomialformelen, se f.eks. læreboka side 54.)

b) Skriv ut uttrykket

$$2 + \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{i!}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{i-1}{n}\right)$$

for $n = 2, 3$ og 4.

c) Vis at $\{a_n\}$ er en voksende følge.

d) Vis at $2 \leq a_n < 3$ for $n = 1, 2, \ldots$, og at $\{a_n\}$ konvergerer. (Grenseverdien er tallet vi kaller e.)

Oppgave 4. Finn et eksempel på funksjoner f og g der f og g begge er diskontinuerlige i punktet a, men der både funksjonene $f + g$ og $f \cdot g$ er kontinuerlige i a.
(Du trenger bare å finne et eksempel og argumentere for diskontinuitet/kontinuitet - du trenger ikke å føre et ϵ-δ-bevis.)

– *SLUTT* –