

Løsningsforslag til oblig 1

MAT1105, høst 2024

6. september 2024

Løsning på oppgave 1.5.5.

(a)

$$\begin{aligned} A\mathbf{x} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-2) + 0 \cdot 3 + (-3) \cdot (-1) \\ (-2) \cdot (-2) + (-3) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 + 3 \\ 4 - 9 - 2 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}}}. \end{aligned}$$

(b)

$$A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - 0 \\ 9 - 2 \\ 18 + 4 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 22 \end{pmatrix}}}.$$

(c)

$$A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 + 0 + 0 \\ -12 + 0 - 6 \\ 4 + 0 + 6 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 8 \\ -18 \\ 10 \end{pmatrix}}}.$$

□

Løsning på oppgave 1.5.7. Vi setter opp handlevogndistribusjonen ved begynnelsen av dagen som en vektor:

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 80 \end{pmatrix}.$$

Vi ganger $\mathbf{b}$ med “overgangsmatrisen” A og får den nye handlevogndistribusjonen

$$A\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 & 0.4 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 50 \\ 70 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 + 21 + 32 \\ 5 + 35 + 16 \\ 10 + 14 + 32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 88 \\ 56 \\ 56 \end{pmatrix}.$$

Det vil altså være 88 handlevogner i stativ X, 56 i stativ Y og 56 i stativ Z.

□

Løsning på oppgave 1.6.6. Vi lar

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Da er

$$AB = \begin{pmatrix} 0+3 & 0+4 \\ 0+6 & 0+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

og

$$AC = \begin{pmatrix} 0+3 & 0+4 \\ 0+6 & 0+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Altså er $AB = AC$. Videre er

$$AD = \begin{pmatrix} 0+0 & 0+0 \\ 0+0 & 0+0 \end{pmatrix} = 0.$$

□

Løsning på oppgave 1.6.14. I Matlab kan koden se slik ut (skriv inn i Command Window):

```
>> % Oppgave 1.6.1 a)
>> A = [1, -2; 3, 1]; B = [2, -1; 1, 2];
>> A*B

ans =

     0     -5
     7     -1

>> B*A

ans =

    -1     -5
     7      0

>> % Oppgave 1.6.1 b)
>> A = [1, -1, 0; -2, 0, 1; -1, 2, 1]; B = [0, 2, 1; -1, -2, 0; 3, -1, 2];
>> A*B

ans =

     1     4     1
     3    -5     0
     1    -7     1

>> B*A

ans =

    -5     2     3
```

```

      3      1      -2
      3      1      1

>> % Oppgave 1.6.2
>> A = [1, -2, 3; 0, -1, 2]; B = [2, 1; 0, -3; 1, 0];
>> A*B

ans =

      5      7
      2      3

>> % Oppgave 1.6.3
>> A = [1, -2; 3, 0; -1, 2]; B = [2, 1, 0; -3, 1, 1];
>> A*B

ans =

      8      -1      -2
      6      3      0
     -8      1      2

```

I Python kan tilsvarende kode se slik ut (åpne python3 i et kommandovindu først)

```

>> from numpy import *
>> # Oppgave 1.6.1 a)
>> A = matrix([[1, -2],[3, 1]]);
>> B = matrix([[2, -1],[1, 2]]);
>> print(A*B)

[[ 0 -5]
 [ 7 -1]]

>> print(B*A)

ans =

[[-1 -5]
 [ 7  0]]

>> # Oppgave 1.6.1 b)
>> A = matrix([[1, -1, 0],[-2, 0, 1],[-1, 2, 1]]);
>> B = matrix([[0, 2, 1],[-1, -2, 0],[3, -1, 2]]);
>> print(A*B)

[[ 1  4  1]
 [ 3 -5  0]
 [ 1 -7  1]]

>> B*A

```

```

[[-5  2  3]
 [ 3  1 -2]
 [ 3  1  1]]

>> # Oppgave 1.6.2
>> A = matrix([[1, -2, 3],[0, -1, 2]]);
>> B = matrix([[2, 1],[ 0, -3],[1, 0]]);
>> A*B

[[5 7]
 [2 3]]

>> # Oppgave 1.6.3
>> A = matrix([[1, -2],[3, 0],[-1, 2]]);
>> B = matrix([[2, 1, 0],[-3, 1, 1]]);
>> print(A*B)

[[ 8 -1 -2]
 [ 6  3  0]
 [-8  1  2]]

```

□

Løsning på oppgave 1.7.5. Vi vet at $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Dermed blir

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+6 & 32+27 \\ 2+2 & 8+9 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 14 & 59 \\ 4 & 17 \end{pmatrix}}}.$$

□

Løsning på oppgave 1.7.8. Vi vet at for en vilkårlig inverterbar matrise C , er $(C^{-1})^T = (C^T)^{-1}$. Videre vet vi at $(AB)^T = B^T A^T$ og $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. Dermed blir

$$((AB)^T)^{-1} = (B^T A^T)^{-1} = (A^T)^{-1}(B^T)^{-1} = (A^{-1})^T(B^{-1})^T,$$

som var det vi ville vise.

□

Løsning på oppgave 1.8.10.

(a)

$$\begin{aligned}
 \det \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} &= 3 \det \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} - (-2) \det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} + (-1) \det \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= 3(28 - 3) + 2(7 - 6) - 1(1 - 8) = 75 + 2 + 7 \\
 &= \underline{\underline{84}}.
 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\det \begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} &= (-2) \det \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} - 4 \det \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + 0 \det \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= (-2) \cdot 12 - 4(-8 - 3) + 0 = -24 + 44 \\ &= \underline{\underline{20}}.\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix} &= 1 \det \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} - 2 \det \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} + 3 \det \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \\ &= (-5 + 12) - 2(2 - 12) + 3(6 - 15) = 7 + 20 - 27 \\ &= \underline{\underline{0}}.\end{aligned}$$

□