

Velkommen til MAT1105 - Lineær algebra og numeriske metoder

Foreleser: Øyvind Ryan, rom 903 i NHA.

Forelesninger: man: $10^{15} - 12^{00}$
tir: $10^{15} - 12^{00}$
ons: $09^{15} - 10^{00}$ (ikke hver gang, følg med på timeplanen / minestudier)

Grupper: ons: $12^{15} - 14^{00}$
fre: $12^{15} - 14^{00}$

Undervisning: Bruker iPad/PC. Legger ut pdf med notater etter hver forelesning.
Matlab/Python eksempler innimellom
Du bestemmer selv om du bruker matlab eller Python
Kursmaterieell i begge språk.
Ikke Matlab/Python på eksamen - kun for å kjenne til IN1900.

Eksamen: Midtreis : 7/10 $09^{00} - 11^{00}$ (teller $\frac{1}{3}$)
Avsluttende : 10/12 $09^{00} - 13^{00}$ (teller $\frac{2}{3}$)

Pensum:
1) 7 uker lineær algebra (løse lineære liknings-systemer. Matriser.)
2) 3 uker om matematikkens fundament (mengder og funksjoner. Utsagnslogikk, bevisføring)
3) 3 uker numerisk analyse (numeriske metoder/algoritmer for integrasjon, derivasjon. Analyse av feilen i metodene)

Pensumlitteratur: Lynkurs i matematikkens grunnlag (Ulrik Skre Fjordholm)
Lineær algebra og numeriske metoder (Øyvind Ryan)
(nytt, oppdateres underveis)
Begge lastes ned på semestersiden!

Ukeoppgaver/obliger: Se egen lenke på Karssiden
(oppgaver til ett kapittel gis en uke etter det er forelest).

5 obliger der 3 må leveres

Du velger selv hva du leverer

(= det du føler du trenger tilbakemelding på)

Alt som blir levert inn blir godkjent, og gitt

tilbakemelding (som er poenget)

Frister: 14³⁰ torsdager.

Frist kan utsettes (evt. kan man levere blankt).

Spørsmål?

Kap. 1 : [1] : Vektorer

En vektor er en samling av tall listet opp etter hverandre.

$\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$

↓ ↑ ↑ →
Vektor. Fetskrift, Komponentor
samme bokstaver. n: lengden til $\vec{a}$

Vi antar først at $\vec{a}$ har reelle komponenter

(skrives $\vec{a} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}$ er mengden av reelle tall)

$\mathbb{C}^n$, $\mathbb{C}$ ——— | ——— komplekse tall.

A + to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er like betyr $a_1 = b_1, a_2 = b_2, \dots, a_n = b_n$,
og de har samme lengde.

Eks: $(i, -i, 2)$ er en kompleks vektor med $a_1 = i, a_2 = -i, a_3 = 2$
 $(1, 2, 4)$ ——— reell ——— | ——— $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4$

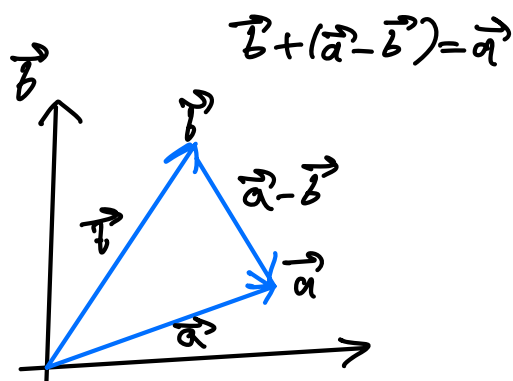
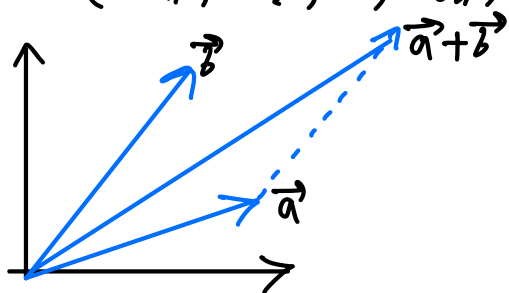
$\vec{0}$ er nullvektoren, der alle komponenter er 0.

Hvis $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har samme lengde, og t en skalar, defineres vi:

- $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n)$

- $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, \dots, a_n - b_n)$

- $t \vec{a} = (ta_1, ta_2, \dots, ta_n)$



Eksempel Sett $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (4, 5, 6)$, $t = 2$. Da er

$$\vec{a} + \vec{b} = (1, 2, 3) + (4, 5, 6) = (1+4, 2+5, 3+6) = (5, 7, 9)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (1, 2, 3) - (4, 5, 6) = (1-4, 2-5, 3-6) = (-3, -3, -3)$$

$$t \vec{a} = 2(1, 2, 3) = (2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3) = (2, 4, 6)$$

Vektoriseringen av en operasjon: Vil si å gjøre operasjonen på hver komponent.

(Vektoraddisjon = vektorisering av addisjon av reelle tall.)

Hvis $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ så er vektoriseringen av f :

$$f(\vec{a}) := (f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n))$$

Tilsvarende hvis f tar to variable:

$$\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n) \quad (\text{vekt. addisjon})$$

$$a \cdot b = (a_1^{b_1}, a_2^{b_2}, \dots, a_n^{b_n}) \quad (\text{vekt. potens})$$

$$a \cdot * b = (a_1 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_n) \quad (\text{vekt. mult.})$$

Merk: Matlab/Python tillater sum av en vektor og en skalar, selv om dette ikke er matematisk definert!

Vektorer arver regneregler fra reelle tall:

Proposisjon 1.6 Når $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ er vektorer av samme lengde, (like mange komponenter)
 s, t skalarer. Da har vi at

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
3. $s(\vec{a} + \vec{b}) = s\vec{a} + s\vec{b}$
4. $(s+t)\vec{a} = s\vec{a} + t\vec{a}$

Beweis for 2.

$$\begin{aligned}(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} &= \left(\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \right) + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \vdots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \vdots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \vdots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \left(\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} \right) \\&= \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Parameterfremstilling av en linje gjennom $\vec{x}_1$ og $\vec{x}_2$

$$\begin{aligned}\vec{x}_1 - t\vec{x}_1 + t\vec{x}_2 &= \vec{x}_1 + t(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \\ \vec{y}(t) &= \underbrace{(1-t)\vec{x}_1}_{t=0 \rightarrow \vec{x}_1} + t\vec{x}_2 = \vec{x}_1 + t \underbrace{(\vec{x}_2 - \vec{x}_1)}_{\text{retningsvektor}} \\ t=1 &\rightarrow \vec{x}_2\end{aligned}$$

Seksjon 1.3

Lengden til en reell vektor er definert ved

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}$$

Vi ser at, hvis $|\vec{a}| = 0$, så er $\vec{a} = \vec{0}$.

Skalarprodukt av to reelle vektorer er definert ved

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$

Hvis $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ sier vi at $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

$$|(7, 24)| = \sqrt{7^2 + 24^2} = \sqrt{49 + 576} = \sqrt{625} = 25$$

$$\begin{aligned}(3, 2, 4) \cdot (1, -1, -2) &= 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-2) \\ &= 3 - 2 - 8 = -7\end{aligned}$$