

Lynkurs i matematikkens grunnlag

Teorem: En matematisk påstand med tilhørende bevis.

Kategorier: Lemma: Brukes til å vise andre teoremer

Proposisjon: Et ikke fullt så viktig teorem.

Korollar: Et teorem som følger fra et annet teorem.

Mengder: En mengde er en samling matematiske objekter, som vektorer, matriser, tall, funksjoner, andre mengder.

Objektene i mengden kalles elementer

Om x er et objekt, og A en mengde, skriver vi:

$x \in A$ hvis x er i mengden A

$x \notin A$ hvis x ikke er i mengden A .

Vi har alltid at enten er $x \in A$, eller $x \notin A$
(aldri begge deler).

Mengder kan defineres som lister:

$$A = \{4, 5, 6\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}, \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$\mathbb{R}$ = mengden av reelle tall

$\mathbb{C}$ = mengden av komplekse tall.

$\emptyset = \{\}$, den tomme mengde

Vi kan sette opp mengder ved hjelp av mengdebyggenotasjon:

$$A = \{ (\text{uttrykk}) : (\text{betingelse}) \}$$

er mengden av alle uttrykk som oppfyller den gitte betingelsen:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} : x > 0 \} \quad (\text{eller } \mathbb{R}^+)$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\} \quad (\text{rasjonale tall})$$

$$\{ 2k+1 : k \in \mathbb{N}_0 \} \quad (\text{odde tall})$$

$$[a, b] = \{ x \in \mathbb{R} : x \geq a, x \leq b \} \quad (\text{lukket intervall})$$

$$(a, b) = \{ x \in \mathbb{R} : x > a, x < b \} \quad (\text{\AA pent intervall})$$

$$(a, b] = \{ x \in \mathbb{R} : x > a, x \leq b \} \quad (\text{halv\AA pent intervall})$$

$$[a, \infty) = \{ x \in \mathbb{R} : x \geq a \}$$

Merk: En mengde har ingen rekkefølge p\AA elementene:

$$\{ 1, 2, 3 \} = \{ 3, 2, 1 \}$$

Vi sier at to mengder er like hvis de inneholder de samme elementene.

En mengde kan ikke inneholde flere av samme objekter.

$$\{ 1, 2, 2 \} \rightarrow \{ 1, 2 \}$$

Vi sier at A er en delmengde av B hvis alle elementer i A ogs\AA er i B . Skriver da: $A \subseteq B$

Merk: $A = B$ er det samme som at $A \subseteq B$, og $B \subseteq A$

Eks: $\{ 1, 2 \} \subseteq \{ 1, 2, 3 \}$, $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$, $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

Vi sier at A er en ekte delmengde av B , $A \subsetneq B$,

Hvis $A \subseteq B$, og $A \neq B$.

Vi har at $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$

Kardinaliteten til en mengde A , skrevet $\#A$,
er antall elementer i A .

$$\#\{4, 5, 6\} = 3 \quad \#\emptyset = 0$$

Hvis A og B er mengder er

$$A \cap B = \{x \in A : x \in B\} \quad (\text{snitt})$$

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ eller } x \in B\} \quad (\text{union})$$

$$A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\} \quad (\text{differens})$$

$$\underbrace{A^c} = \{x : x \notin A\} \quad (\text{komplement})$$

må tolkes ut fra sammenhengen hvilke objekter som
skal ligge i A^c . Hvis U er dette universet av objekter
så er $A^c = U \setminus A$.

De Morgans lover sier at

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad \text{og} \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$