

Oppgave 4.9

Vis at $P \Leftrightarrow Q$ er det samme som $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

Løsning:

P	Q	$P \Leftrightarrow Q$	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
S	S	S	S	S	S
U	S	U	S	U	U
S	U	U	U	S	U
U	U	S	S	S	S



Oppgave 4.6

P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \vee R$	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$
S	S	S	S	S	S	S
U	S	S	U	S	S	U
S	U	S	U	S	S	S
U	U	S	U	S	S	U
S	S	U	S	S	S	S
U	S	U	U	U	S	U
S	U	U	U	U	U	U
U	U	U	U	U	U	U

forskjellige!



Må altså spesifiser rekkefølge når vi skriver $P \wedge Q \vee R$

$$P \wedge Q \wedge R : (P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$$

$$P \Rightarrow Q : \quad x = 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 4$$

$$\text{Jeg bor i Oslo} \Rightarrow \text{Jeg bor i Norge.}$$

$$P \quad Q \quad P \Rightarrow Q$$

$$S \quad V \quad V$$

Kvantorer:

La $P(n)$ være et predikat (som $P(n) : n$ er et oddetall)

Da er $P(1), P(3), P(5), \dots$, sanne.

Hvordan uttrykke med kompakt notasjon at alle disse er oddetall?

1, 3, 5, ... kan skrives $2n-1$ for $n \in \mathbb{N}$. Vi kan skrive:

$$\forall n \in \mathbb{N}, P(2n-1)$$

"For alle $n \in \mathbb{N}$ er $P(2n-1)$ sann"

"For alle naturlige tall er $2n-1$ et oddetall"

Symbolet $\forall$ kalles en kvantor ("for alle")

Den andre kvantoren er $\exists$ ("det eksisterer")

Eks: $\exists n \in \mathbb{N}, P(n)$

"Det eksisterer et naturlig tall n s.a. n er et oddetall"

Negasjonen av $\exists$ er $\nexists$: $\nexists n \in \mathbb{N}, P(n)$

"det eksisterer ingen n slik at n er oddetall."

$$\nexists n \in \mathbb{N}, P(n) \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N} \neg P(n)$$

Kvantorer kan kombineres:

Eks. : $P: \forall \text{ tall } x, \exists \text{ tall } y, y > x$

"For alle tall x finnes det et større tall.

Hva skjer hvis vi bytter rekkefølge på kvantorene?

$$\exists \text{ tall } y, \forall \text{ tall } x, y > x$$

"Det finnes et tall y som er større enn ethvert annet tall".

Vi kan altså ikke bytte rekkefølge på kvantorer uten videre.