

1 dag: Oppgave 11, midtreis 2024

Litt om prøveeksamen, eksameushjelp
Starter på kap. 4: [1]

Oppgave 11 midtreis 2024

Gitt tre høyresider:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$\underbrace{A\vec{x}} \quad \underbrace{A\vec{y}} \quad \underbrace{A\vec{z}}$ ($\vec{x}, \vec{y}$ gitt. Finn $\vec{z}$ s.a. $A\vec{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$)

Vil uttrykke $A\vec{z}$ med $A\vec{x}$ og $A\vec{y}$:

$$x_1 \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}_{A\vec{x}} + x_2 \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}_{A\vec{y}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}}_{A\vec{z}}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{matrix}$$

$\Downarrow$

$$2 \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}}_{A\vec{x}} + 2 \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}}_{A\vec{y}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}}_{A\vec{z}}$$

$$A\vec{z} = 2A\vec{x} + 2A\vec{y}$$

$$A\vec{z} = A(2\vec{x} + 2\vec{y})$$

$$2 \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10+6 \\ 12-2 \\ -6+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Kap. 4 Den inverse matrisen

Hvis A er kvadratisk og tilfredsstillende l. - 4. i teorem 4.8, så kan vi se på afbildningen $T: b \rightarrow \vec{x}$
løsningen af $A\vec{x} = \vec{b}$

Hvis $Ax_1 = b_1$, $Ax_2 = b_2$ så er $A(\vec{x}_1 + \vec{x}_2) = \vec{b}_1 + \vec{b}_2$, $A(c\vec{x}) = c\vec{b}$

Derfor $\vec{b}_1 \xrightarrow{T} \vec{x}_1$, $\vec{b}_2 \xrightarrow{T} \vec{x}_2$
 $T(\vec{b}_1) = \vec{x}_1$, $T(\vec{b}_2) = \vec{x}_2$

$$\begin{aligned} \vec{b}_1 + \vec{b}_2 &\xrightarrow{T} \vec{x}_1 + \vec{x}_2 & c\vec{b} &\rightarrow c\vec{x} \\ T(\vec{b}_1 + \vec{b}_2) &= T(\vec{b}_1) + T(\vec{b}_2) & T(c\vec{b}) &= cT(\vec{b}) \end{aligned}$$

beviser at T er lineær.

T er derfor lineær, og er da givet ved en matrice.

Vi kaller denne for A^{-1} .