

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i MAT1105 — Lineær algebra og numeriske metoder

Eksamensdag: Tirsdag 7. oktober 2025

Tid for eksamen: 9.00 – 11.00

Oppgavesettet er på 12 sider.

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av 17 flervalgsoppgaver, og hver av disse teller 1 poeng. Du skal ikke begrunne svarene. Kun ett av svaralternativene er riktig i hver oppgave. Dersom du velger feil svaralternativ, får du 0 poeng for oppgaven.

Oppgave 1

La $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Beregn $4\mathbf{x} - 2\mathbf{y}$.

a) $\begin{pmatrix} 18 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 16 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 18 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 16 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Løsning: Alternativ d) er riktig.

□

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 2

La $\mathbf{a} = (20, 20, 2)$ og $\mathbf{b} = (3, 4, 5)$. Da er projeksjonen av $\mathbf{a}$ ned på $\mathbf{b}$

- a) $(450, 600, 750)$
- b) $(9, 12, 15)$
- c) $\sqrt{2}(45, 60, 75)$
- d) $(6, 8, 10)$
- e) $(12, 16, 20)$

Løsning: Alternativ **b)** er riktig. Vi har at

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (20, 20, 2) \cdot (3, 4, 5) = 60 + 80 + 10 = 150,$$

og $|\mathbf{b}|^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 = 9 + 16 + 25 = 50$. Det følger at

$$\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|^2} \mathbf{b} = 3\mathbf{b} = (9, 12, 15).$$

□

Oppgave 3

Vi har matrisene $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Hvilket utsagn er riktig?

- a) AB er ikke definert
- b) $AB = \begin{pmatrix} 8 & -9 & 11 \\ 19 & -21 & 27 \\ 18 & -24 & 16 \end{pmatrix}$
- c) $AB = \begin{pmatrix} 10 & 35 \\ -9 & -7 \end{pmatrix}$
- d) $AB = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 11 \\ 19 & -20 & 26 \\ 17 & -23 & 15 \end{pmatrix}$
- e) $AB = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 12 \\ 17 & -22 & 25 \\ 19 & -25 & 14 \end{pmatrix}$

Løsning: Alternativ **b)** er riktig.

□

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 4

La A være en 3×5 -matrise, B en 3×3 -matrise, og C en 3×6 -matrise. Hvilket av følgende utsagn er sant?

- a) Produktet AB^TC er definert.
- b) Produktet A^TB^TC er definert.
- c) Matrisen B^T har dobbelt så mange komponenter som B .
- d) Produktet ACB^T er definert.
- e) Matrisen A^TC er kvadratisk.

Løsning: Alternativ b) er riktig. A^T er 5×3 , B^T er 3×3 , og C er 3×6 . Produktet A^TB^TC er derfor definert.

□

Oppgave 5

La $\mathbf{b} = (8, 6)$. Matrisen til den lineære avbildningen $\mathbf{x} \rightarrow \text{proj}_{\mathbf{b}}(\mathbf{x})$ er

a) $\frac{1}{100} \begin{pmatrix} 64 & 48 \\ 48 & 36 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{100} \begin{pmatrix} 48 & 64 \\ 36 & 48 \end{pmatrix}$

c) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 48 & 36 \\ 64 & 48 \end{pmatrix}$

d) $\frac{1}{200} \begin{pmatrix} 24 & 36 \\ 48 & 12 \end{pmatrix}$

e) $\frac{1}{500} \begin{pmatrix} 10 & 25 \\ 40 & 25 \end{pmatrix}$

Løsning: Alternativ a) er riktig. Vi har at $|\mathbf{b}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

$$\text{proj}_{\mathbf{b}}(\mathbf{e}_1) = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}_1}{|\mathbf{b}|^2} \mathbf{b} = \frac{8}{100} (8, 6) = (64/100, 48/100)$$

$$\text{proj}_{\mathbf{b}}(\mathbf{e}_2) = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}_2}{|\mathbf{b}|^2} \mathbf{b} = \frac{6}{100} (8, 6) = (48/100, 36/100).$$

Det følger at matrisen blir

$$(\text{proj}_{\mathbf{b}}(\mathbf{e}_1) \quad \text{proj}_{\mathbf{b}}(\mathbf{e}_2)) = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 64 & 48 \\ 48 & 36 \end{pmatrix}.$$

Alternativt kan man her regne ut $\mathbf{b}\mathbf{b}^T/|\mathbf{b}|^2 = \frac{1}{100} \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 6 \end{pmatrix}$.

□

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 6

For hvilken verdi av a har følgende system en løsning?

$$\begin{aligned}2x - y + 3z &= 3 \\ x + 4y &= 2 \\ 7x + 10y + 6z &= a\end{aligned}$$

- a) $a = 6$
- b) $a = 12$
- c) $a = 9$
- d) $a = 7$
- e) Det finnes ingen slik a .

Løsning: Alternativ **b)** er riktig.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 7 & 10 & 6 & a \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \\ 7 & 10 & 6 & a \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & -9 & 3 & -1 \\ 0 & -18 & 6 & a - 14 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & -9 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & a - 12 \end{pmatrix}$$

Vi ser at det er bare for $a = 12$ at siste søylen ikke blir en pivotsøyle.

□

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 7

Hva er den reduserte trappeformen til følgende matrise?

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

a) $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b) $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

e) $A \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Løsning: Alternativ **e)** er riktig. Vi får

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & -4 & -12 \\ 0 & 5 & 15 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

□

Oppgave 8

Hva er pivotsøylene til følgende matrise?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 14 \\ 3 & 6 & 1 & 15 \end{pmatrix}$$

a) søyle 1 og 3

(Fortsettes på side 6.)

- b) søyle 1, 2, og 3
- c) søyle 1 og 2
- d) søyle 1, 3, og 4
- e) søyle 1 og 4

Løsning: Alternativ **a)** er riktig.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 14 \\ 3 & 6 & 1 & 15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

slik at søyle 1 og 3 er pivotsøyler.

□

Oppgave 9

Anta A er en matrise på redusert trappeform. Hvilken påstand er sann?

- a) Antall rader i A med pivotelement, er forskjellig fra antall søyler i A med pivotelement.
- b) Antall rader i A med pivotelement, er lik antall søyler i A med pivotelement.
- c) Alle rader i A har et pivotelement.
- d) Hvis en rad i A har et pivotelement, så er det bare en ikke-null i denne raden.
- e) A kan ikke ha noen nullsøyler.

Løsning: Alternativ **b)** er riktig.

□

Oppgave 10

Hva kan vi si om løsningene til følgende ligningssystem?

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 16 - 8x_3 \\ 3x_1 + 2x_2 &= 25 - 14x_3 \\ 4x_1 + 12x_3 &= 30 - x_2. \end{aligned}$$

- a) Systemet har ingen løsning.
- b) Systemet har uendelig mange løsninger.
- c) Systemet har én løsning, nemlig $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(Fortsettes på side 7.)

d) Systemet har én løsning, nemlig $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

e) Systemet har én løsning, nemlig $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Løsning: Alternativ **b)** er riktig. Samler vi variablene på venstre side så får vi en utvidet matrise

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 16 \\ 3 & 2 & 14 & 25 \\ 4 & 1 & 12 & 30 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 8 \\ 0 & 1/2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -4 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 1/2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ \sim \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Siste søyle er ikke en pivotsøyle, slik at systemet har løsning(er). Det er uendelig mange løsninger siden nest siste søyle ikke er en pivotsøyle.

□

(Fortsettes på side 8.)

Oppgave 11

La $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Anta at systemet $A\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ har løsningen $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, og at systemet $A\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ har løsningen $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Hva kan vi da si om løsningen av systemet $A\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \\ 3 \end{pmatrix}$?

- a) Systemet har løsningen $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- b) Vi kan ikke si noe som helst.
- c) Systemet har ingen løsninger.
- d) Systemet har uendelig mange løsninger.
- e) Systemet har løsningen $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Løsning: Alternativ **a)** er riktig. Vi forsøker uttrykke den tredje høyresiden ved de to første:

$$x_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Dette gir den utvidede matrisen

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 7 & 2 & 20 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & 1 \\ 4 & -1 & 5 \\ 7 & 2 & 20 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & 1 \\ 0 & 1/3 & 1 \\ 0 & 13/3 & 13 \end{pmatrix} \\ \sim \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

som gir at $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. Dermed er

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 20 \\ 3 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

som sier at

$$A\mathbf{z} = 2A\mathbf{x} + 3A\mathbf{y} = A(2\mathbf{x} + 3\mathbf{y}).$$

Derfor er

$$\mathbf{z} = 2\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

en løsning.

□

(Fortsettes på side 9.)

Oppgave 12

La A, B, C være mengder slik at $B \subseteq C$. Hvilket av følgende utsagn er sant?

- a) $A \cap B \subseteq (B \setminus A) \cup (A \setminus B)$
- b) $B^c \subseteq C^c$
- c) $(B \setminus A) \cup (A \setminus B) \cup (A \cap B) = A \cup B$
- d) $(B \setminus A) \cup (A \setminus B) \subseteq A$
- e) Ingen av de andre utsagnene er sanne.

Løsning: Alternativ c) er riktig.

□

Oppgave 13

La $f(x) = x^2 - 2x + 2$. Hvilket av følgende utsagn er sant?

- a) Funksjonen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er injektiv.
- b) Funksjonen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ er inverterbar.
- c) Funksjonen $f: [0, 2] \rightarrow [1, 2]$ er bijektiv.
- d) Funksjonen $f: [0, 1] \rightarrow [1, 2]$ er bijektiv.
- e) Funksjonen $f: [1, 2] \rightarrow [0, 3]$ er surjektiv men ikke injektiv.

Løsning: Alternativ d) er riktig.

□

Oppgave 14

La P og Q være utsagn. Utsagnet

$$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q).$$

er ekvivalent med

- a) $P \vee Q$
- b) $(P \wedge Q) \vee P$
- c) P
- d) $P \Rightarrow Q$
- e) Dette er ikke et gyldig utsagn.

Løsning: Alternativ a) er riktig. Setter vi opp sannhetstabeller får vi

(Fortsettes på side 10.)

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$\neg P \wedge Q$	$P \wedge \neg Q$
S	S	U	U	S	U	U
U	S	S	U	U	S	U
S	U	U	S	U	U	S
U	U	S	S	U	U	U

Utsagnet i oppgaven er sant hvis og bare hvis minst ett av de tre siste utsagnene i sannhetstabellen er sanne. Dette gir

P	Q	$(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)$
S	S	S
U	S	S
S	U	S
U	U	U

Dette faller sammen med sannhetstabellen for $P \vee Q$.

□

Oppgave 15

La $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være en funksjon, og la $a \in \mathbb{R}$. Finn negasjonen av følgende utsagn:

For ethvert tall $\epsilon > 0$ finnes et tall $\delta > 0$, slik at for alle x slik at $|x - a| < \delta$, så er $|f(x) - f(a)| < \epsilon$.

- a) $\exists \epsilon > 0, \forall \delta > 0, \exists x, |x - a| < \delta, |f(x) - f(a)| \geq \epsilon$.
- b) $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x, |x - a| < \delta, |f(x) - f(a)| < \epsilon$
- c) $\exists \epsilon > 0, \forall \delta > 0, \exists x, |x - a| < \delta, |f(x) - f(a)| > \epsilon$.
- d) $\forall \epsilon > 0, \forall \delta > 0, \exists x, |x - a| < \delta, |f(x) - f(a)| \geq \epsilon$.
- e) $\exists \epsilon > 0, \forall \delta > 0, \forall x, |x - a| < \delta, |f(x) - f(a)| < \epsilon$.

Løsning: Alternativ **a)** er riktig.

□

(Fortsettes på side 11.)

Oppgave 16

Vi ser på følgende teorem med bevis.

Teorem. La $a_1, a_2, a_3, \dots \geq 0$ være heltall som oppfyller ulikhetene

$$n \leq \sum_{k=1}^n a_k^2 \leq n+1 + (-1)^n$$

for alle $n \in \mathbb{N}$. Da er $a_n = 1$ for alle $n \in \mathbb{N}$.

Bevis. Når $n = 1$ er utsagnet sant fordi venstresiden blir 1, og høyresiden blir $1 + 1 + (-1)^1 = 1$. Det følger at $a_1^2 = 1$, slik at $a_1 = 1$.

Anta så at utsagnet er sant for alle $n = 1, \dots, m$ (der $m \in \mathbb{N}$). For $n = m+1$ sier ulikhetene

$$m+1 \leq \sum_{k=1}^{m+1} a_k^2 \leq m+2 + (-1)^{m+1}.$$

Bruker vi induksjonsantagelsene $a_1 = a_2 = \dots = a_m = 1$ får vi

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k^2 = \sum_{k=1}^m a_k^2 + a_{m+1}^2 = m + a_{m+1}^2.$$

Dette gir

$$m+1 \leq m + a_{m+1}^2 \leq m+2 + (-1)^{m+1},$$

som kan forenkles til $1 \leq a_{m+1}^2 \leq 2 + (-1)^{m+1}$. Eneste heltall ≥ 0 som tilfredsstiller dette er $a_{m+1} = 1$. Det følger at $a_n = 1$ for alle n , og beviset er fullført. $\square$

- a) Induksjonssteget er feil når $n = 1$.
- b) Teoremet er sant, og beviset er korrekt.
- c) Teoremet er usant, men beviset er korrekt.
- d) Et av induksjonsstegene der $n \geq 2$ er feil.
- e) Teoremet er sant, men det er ikke noe induksjonsbevis.

Løsning: Alternativ **b)** er riktig.

$\square$

(Fortsettes på side 12.)

Oppgave 17

Hva kan vi si om følgende utsagn?

La $x, y \in \mathbb{N}$. Hvis $x^2(y^2 - 2y)$ er et oddetall, så er x og y også oddetall.

a) Utsagnet er usant.

b) Utsagnet er sant, og følgende induksjonsbevis beviser det:

Utsagnet er opplagt sant når $x = y = 1$. Anta at utsagnet er sant for alle $x \leq m$, $y \leq n$. Velger vi $x = m + 2$ og $y = n + 2$ får vi

$$\begin{aligned} & x^2(y^2 - 2y) \\ &= (m + 2)^2((n + 2)^2 - 2(n + 2)) \\ &= m^2(n^2 - 2n) + m^2(4n + 2) + (4m + 4)((n + 2)^2 - 2(n + 2)) \end{aligned}$$

Etter induksjonsantagelsen er $m^2(n^2 - 2n)$ et oddetall. Siden både $(4m + 4)((n + 2)^2 - 2(n + 2))$ og $m^2(4n + 2)$ er partall, og siden summen av et oddetall og et partall er oddetall, så er utsagnet også sant for $x = m + 2$ og $y = n + 2$. Utsagnet er dermed sant for alle x, y .

c) Utsagnet er sant, og vi kan bevise det med følgende motsigelsesbevis:

Anta at $x^2(y^2 - 2y)$ er et oddetall. Anta for motsigelse at både x og y er partall. Da er både x^2 og $y^2 - 2y$ partall. Men da er $x^2(y^2 - 2y)$ også partall, og vi har en motsigelse.

d) Utsagnet er sant, og vi kan bevise det med følgende kontrapositive bevis:

Vi antar kontrapositivt at en av x og y er partall.

- Hvis x er partall så er x^2 også et partall, og da er også $x^2(y^2 - 2y)$ et partall.
- Hvis y er et partall så er $y^2 - 2y = y(y - 2)$ også et partall. Da er også $x^2(y^2 - 2y)$ et partall.

Det følger at $x^2(y^2 - 2y)$ alltid er et partall, og beviset er fullført

e) Ingen av de andre alternativene er riktige.

Løsning: Alternativ **d)** er riktig. Utsagnet er sant, og det kontrapositive beviset er riktig. Induksjonsbeviset er ufullstendig siden det blant annet ikke tar for seg tilfellet $x = y = 2$. Motsigelsesbeviset tar utgangspunkt i feil negasjon - negasjonen av at

både x og y er oddetall

er at

minst en av x og y er partall,

ikke at begge to er partall. Her bevises med andre ord bare at minst en av x og y er oddetall.

□

SLUTT