UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i	MAT1110 — Kalkulus og Lineær algebra
Eksamensdag:	Mandag 16. mars 2026.
Tid for eksamen:	09:00 – 11:00.
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Formelark
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres i Inspera.

Eksamen består av 15 oppgaver og alle oppgavene teller likt. Midtveiseksamen bidrar med 1/3 av den endelige karakteren i emnet. Det er bare ett riktig alternativ på hver oppgave. Dersom du svarer feil eller lar være å svare på en oppgave, får du 0 poeng på den oppgaven. Du blir altså ikke "straffet" for å gjette. *Lykke til!*

Oppgaver

Oppgave 1. Vi setter $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$ og $\mathbf{b} = (2, 0, 4)$. Da er vektorproduktet $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ lik

A: $(1, 2, -2)$

B: $(2, 0, 4)$

C: $(2, 0, 3)$

D: $(4, 0, -2)$

E: $(-4, 0, 2)$

Oppgave 2. Matriseproduktet $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 6 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ blir

A: $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$

E: $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. Volumet av parallellepipedet utspent av de tre vektorene $(1,1,2)$, $(2,4,3)$, og $(0,2,1)$ er.

A: 11

B: 5

C: 3

D: 0

E: 4

Oppgave 4. Den lineære avbildningen T fra $\mathbb{R}^2$ til $\mathbb{R}^2$ er definert ved at den først speiler om x-aksen, og deretter roterer 90 grader mot klokka. Matrisen til T er da

A: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

E: $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Oppgave 5. Funksjonen $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ er definert ved

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2+y^2+z^2 \\ yz+xz+xy \end{pmatrix}.$$

Lineariseringen av $\mathbf{F}$ i punktet $(0,1,-1)$ er da

A: $\begin{pmatrix} 2y-2z \\ -y+z+1 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -2+2y-2z \\ 1-y+z \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2+y-z \\ -2y+2z \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 3+2y-2z \\ y-z \end{pmatrix}$

E: $\begin{pmatrix} 1+2y-2z \\ y+z \end{pmatrix}$

Oppgave 6. Vi har funksjonen $f(x,y) = x^3+y^2$, $\mathbf{a} = (1,2)$, $\mathbf{r} = (1,1)$. Den retningsderiverte $f'(\mathbf{a},\mathbf{r})$ blir da

A: 10

B: 1

C: 7

D: 3

E: 13

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 7. Vi har funksjonen $f(x,y,z) = yz\sin(xz)$. Da blir $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}(0,2,1)$ lik

A: 1

B: 0

C: 2

D: 4

E: 2π

Oppgave 8. Funksjonene $\mathbf{F}:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ og $\mathbf{G}:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ er definert ved

$$\mathbf{F}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u+v \\ uv \end{pmatrix} \qquad \mathbf{G}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 y \\ xy^2 \end{pmatrix}.$$

Vi setter $\mathbf{H}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{F}\left(\mathbf{G}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)$. Jacobimatrisen til $\mathbf{H}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ i $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ er da

A: $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 11 & 23 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

E: $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 12 & 24 \end{pmatrix}$

Oppgave 9. En kurve i $\mathbb{R}^3$ er parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = \left(2t\sin t, 2t\cos t, \frac{1}{3}t^3\right),\ 1 \le t \le 2.$$

Da er buelengden til kurven

A: 13/3

B: 7/3

C: 2

D: 1

E: 5/4

Oppgave 10. En kurve $\mathbf{r}(t)$ er parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t + \sin t, \cos t - \sin t, -t),\ 0 \le t \le 1.$$

Baneakselerasjonen for $\mathbf{r}(t)$ er da

A: $\sqrt{2}$

B: $(-\cos t - \sin t, -\cos t + \sin t, 0)$

C: $\sqrt{3}$

D: 0

E: 2π

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 11. La $\mathbf{F}$ være vektorfeltet gitt ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y),$$

og la $\mathcal{C}$ være kurven i $\mathbb{R}^3$ parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = (2t, t^2, 4t),\ 0 \leq t \leq 1.$$

Da er linjeintegralet $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ lik

A: 14

B: 2π

C: 1

D: 0

E: 11

Oppgave 12. Vektorfeltet $\mathbf{F}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x^2 + z + y^2 \\ 2xy + 2yz \\ x + y^2 \end{pmatrix}$

A: er konservativt, men har ingen potensialfunksjon

B: er ikke konservativt

C: er konservativt og har potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^3 + xz + xy^2$

D: er konservativt og har potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = xy^2 + y^2z$

E: er konservativt og har potensialfunksjon $\phi(x, y, z) = x^3 + xz + xy^2 + y^2z$

Oppgave 13. Likningen $4x^2 - 8x - y^2 - 2y - 13 = 0$ beskriver

A: en hyperbel med sentrum $(1, -1)$ og asymptoter $y = 2x - 3$ og $y = -2x + 1$

B: en hyperbel med sentrum $(-1, 1)$ og asymptoter $y = \pm 2x$

C: en ellipse med sentrum $(-1, 1)$ og halvakser 2 og 4

D: en ellipse med sentrum $(1, -1)$ og halvakser 1 og 2

E: den tomme mengde (ingen punkter tilfredsstiller likningen)

Oppgave 14. La $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Den reduserte trappeformen til A er

A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

E: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 15. Vi ser på likningssystemet

$$\begin{aligned} 2x + 6y + 4z &= 8 \\ 2x + 7y + 4z &= 9 \\ x + 5y + 2z &= a. \end{aligned}$$

For hvilken verdi av a har systemet løsning(er)?

A: 1

B: 4

C: 6

D: 2

E: Det finnes ingen slik a

Det var det!