

Eksamen i MAT 1110, 16/8-2007

Oppgave 1: Finn alle løsningene til ligningssystemet

$$\begin{aligned}x + 2y + z + 2u &= 1 \\x + y - u &= 2 \\3x + 4y + z + 4u &= 5\end{aligned}$$

Oppgave 2:

a) Finn de stasjonære (kritiske) punktene til $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^x$.

b) Avgjør om de stasjonære punktene er lokale maksimumspunkt, lokale minimumspunkt eller sadelpunkt.

Oppgave 3:

a) Finn egenverdiene og egenvektorene til matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1.5 & -0.3 \\ 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$$

b) To dyreslag, et byttedyr og et rovdyr, lever i det samme området. Dersom det er x_n byttedyr og y_n rovdyr i området ett år, vil antall dyr året etter være

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 1.5x_n - 0.3y_n \\y_{n+1} &= 0.3x_n + 0.5y_n\end{aligned}$$

Finn x_n og y_n når $x_0 = 500$ og $y_0 = 700$. Finn også grenseforholdet $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$ mellom antall byttedyr og antall rovdyr.

Oppgave 4:

a) Finn konvergensområdet til rekken $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{n}$.

b) Finn summen til rekken.

Oppgave 5: Finn $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ når

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xy + 2)\mathbf{i} + (x^2 + 2y)\mathbf{j}$$

og C er en stykkevis glatt kurve som starter i $(0, 0)$ og ender i $(3, -1)$.

Oppgave 6: Finn volumet til området over xy -planet som ligger under kuleflaten $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ og over kjegleflaten $z^2 = 3x^2 + 3y^2$

Oppgave 7: R er området i planet avgrenset av linjene $y = x$, $y = 2x$, $y = -x + 1$, $y = -x + 3$. Lag en skisse av R og regn ut dobbeltintegralet $\iint_R \frac{x+y}{x^2} dA$.