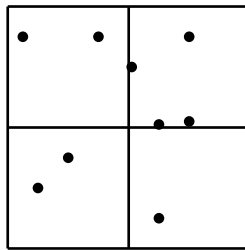


UKENS NØTT - UKE 1

LØSNING

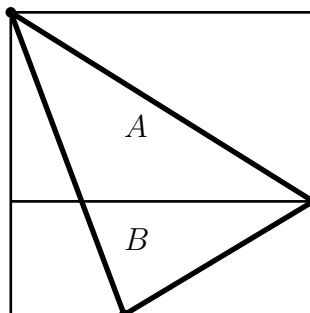
Du har gitt 9 punkter i et kvadrat med sidelengde 1. Vis at tre av disse punktene er hjørnene til en trekant med areal $\leq \frac{1}{8}$.

Løsning. Del opp rektangelet i fire like kvadrater som på figuren.



Da vi har ni punkter i kvadratet må minst 3 av dem ligge i et av de mindre kvadratene. Nå er det bare å vise at arealet av en trekant aldri kan overstige halvparten av det omskrevde kvadratet.

Det er mange måter å gjøre dette på. En geometrisk metode går ut på å dele opp trekanten gjennom en kant som på figuren:



Her har vi forminskert rektangelet slik at et av hjørnene ligger i hjørnet til trekanten. (Dette er uten tap av generalitet: Er trekantens areal mindre enn halvparten av arealet til dette mindre rektangelet er vi ferdige).

Vi får to nye trekanter, A og B . Ved arealformelen for trekanter ($A = \frac{gh}{2}$) får vi at arealet til A er mindre enn halvparten av det øvre rektangelet, og at arealet til B er mindre enn halvparten av det nedre. Setter vi dette sammen får vi resultatet.