

UKENS NØTT - UKE 13

LØSNING

Plasser seks frosker i hjørnene på en regulær sekskant. En frosk kan hoppe over en annen ved å hoppe $3\times$ avstanden til frosken, som på figuren.



Fins det en sekvens froskehopp slik at en av froskene ender opp i midten av sekskanten?

Løsning. Nei.

Velg kordinatsystem med akser utspent av vektorene $(1, 0)$ og $(-1, \sqrt{3})$. Da kan vi anta slik at froskene sitter i punktene

$$(1, 0), (1, 1), (0, 1), (-1, 0), (-1, -1), (0, -1).$$

I denne basisen er et froskehopp der frosken i punktet v hopper over frosken i w gitt ved transformasjonen $T(v, w) = 3(w - v) + v$. Merk at differansen $T(v, w) - v$ alltid har koordinater som er delelige med 3, så modulo 3 forandres ikke koordinatene gjennom froskehoppene. Siden alle startpunktene er forskjellig fra $(0, 0)$ modulo 3, betyr det at vi aldri kan komme til origo ved å bruke T .

abdulmm@math.uio.no

johnco@math.uio.no