UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Ny/Utsatt eksamen i: MAT1110 — Kalkulus og lineær algebra.

Eksamensdag: Fredag 14. august 2015.

Tid for eksamen: 09.00 – 13.00

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelark.

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Alle deloppgaver (Oppgave 1a, 1b, 1c, 2 osv.) teller 10 poeng.

Oppgave 1. I denne oppgaven er a et reelt tall.

a) (10 poeng) Vis at matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & a^2-3 & a-2 \end{pmatrix}$$

kan radreduseres til

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & a^2-1 & a-1 \end{pmatrix}$$

b) (10 poeng) For hvilke verdier av a har systemet

$$\begin{aligned} x + y - 2z &= -1 \\ -2x - y + 2z &= 3 \\ x + y + (a^2-3)z &= a-2 \end{aligned}$$

ingen løsning, en entydig løsning, uendelig mange løsninger?

c) (10 poeng) Finn løsningene til systemet når $a = 1$.

Oppgave 2. (10 poeng) Finn konvergensintervallet til rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}(x-1)^n$$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. I denne oppgaven er $\mathbf{F}$ vektorfeltet definert i hele $\mathbb{R}^2$ ved

$$\mathbf{F}(x,y) = (2xy+2)\,\mathbf{i} + (x^2+3)\,\mathbf{j}$$

a) (10 poeng) Vis at $\mathbf{F}$ er konservativt og finn en potensialfunksjon.

b) (10 poeng) Finn verdien til linjeintegralet $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ der $\mathcal{C}$ er kurven parametrisert ved

$$\mathbf{r}(t) = t\,\mathbf{i} + t^2\,\mathbf{j}, \qquad t \in [1,2]$$

Oppgave 4. I denne oppgaven er V volumet til området begrenset av paraboloiden

$$z = x^2 + y^2$$

og planet

$$z = 2x - 4y + 4$$

a) (10 poeng) Forklar at

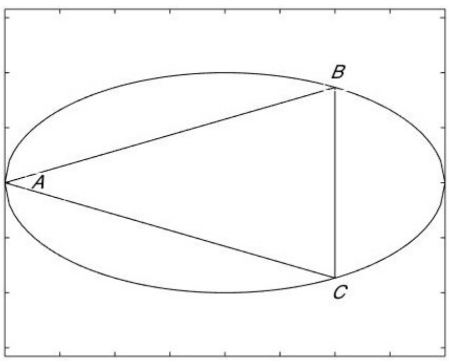
$$V = \iint_D (-x^2 + 2x - y^2 - 4y + 4)\,dxdy$$

der D er et område i xy-planet. Hvilket område er D?

b) (10 poeng) Regn ut V.

Oppgave 5. (10 poeng) A er området i første kvadrant begrenset av kurvene $y = x^2$, $y = 2x^2$ og $y = \frac{1}{x}$. Lag en skisse av A og beregn integralet $\iint_A xy\,dxdy$.

Oppgave 6. (10 poeng) Figuren viser en trekant innskrevet i en ellipse med store halvakse a og lille halvakse b. Punktet A ligger i enden av den lengste aksen, og trekanten er likebeint ($AB = AC$). Hva er det største arealet en slik trekant kan ha?



SLUTT