

Vi skal finne en matrise A , og en vektor $\vec{c}$, slik at

$$A\vec{a}_1 + \vec{c} = \vec{b}_1$$

$$A\vec{a}_2 + \vec{c} = \vec{b}_2$$

$$A\vec{a}_3 + \vec{c} = \vec{b}_3$$

Dette kan skrives på matriseform som

$$\begin{bmatrix} A & \vec{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \vec{a}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \end{bmatrix}$$

Jeg påstår at 3×3 -matrisen $\begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \vec{a}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}$ er inverterbar.

Denne er inverterbar hvis og bare hvis $\begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 - \vec{a}_1 & \vec{a}_3 - \vec{a}_1 \\ | & 0 & 0 \end{bmatrix}$

er det (har gjort to elementære søyleoperasjoner her).

Denne er igjen inverterbar hvis og bare hvis determinanter

til $\begin{bmatrix} \vec{a}_2 - \vec{a}_1 & \vec{a}_3 - \vec{a}_1 \end{bmatrix}$ er $\neq 0$, og det er den hvis og bare

hvis $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ ikke ligger på en rett linje ($\Rightarrow \vec{a}_2 - \vec{a}_1, \vec{a}_3 - \vec{a}_1$ lineært uavhengige).

Det følger nå at

$$\begin{bmatrix} A & \vec{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \vec{a}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \vec{b}_3 \end{bmatrix},$$

som gir oss at A og $\vec{c}$ eksisterer, og er unike.