

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: MAT 1110 — Kalkulus og lineær algebra

Eksamensdag: Torsdag 21. mai 2026. Prøveeksamen

Tid for eksamen: 15:00 – 19:00.

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelsamling.

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Settet består av 10 deloppgaver som alle teller 6 poeng. Du må begrunne alle svar, og du må vise nok mellomregninger til at man lett kan følge argumentene dine.

Oppgave 1. Vi ser på matrisen $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 17 \\ 1 & 3 & -2 & 11 \end{pmatrix}$.

a) Finn en basis for søylerommet til A .

b) Utvid basisen du fant i a) til en basis for $\mathbb{R}^3$.

Oppgave 2. Bruk Lagrange's multiplikatormetode til å finne det punktet hvor funksjonen $f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 9z^2$ har sitt minimum under betingelsen $x + y + z = 1$. Hva kan du si om maksimum?

Oppgave 3. I denne oppgaven skal vi se på funksjonen

$$f(x, y) = -x^3 + xy - y^2 + x.$$

a) Finn de stasjonære punktene til f .

b) Avgjør om de stasjonære punktene er sadelpunkter, lokale minimumspunkter, eller lokale maksimumspunkter.

Oppgave 4. I denne oppgaven skal vi finne volumet V til området avgrenset av paraboloiden $z = 6 - x^2 - y^2$ og kjeglen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

a) Vis at

$$V = \int \int_D (6 - x^2 - y^2 - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$$

der D er et område i xy -planet. Hvilket område er D ?

b) Regn ut V

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 5. Vi ser på vektorfeltet $\mathbf{F}$ definert ved

$$\mathbf{F}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}.$$

- a) Avgjør om $\mathbf{F}$ kan skrives som en gradient til en funksjon, eller curl til et vektorfelt.
- b) La V være området avgrenset av xy -, xz -, og yz -planet, samt planene $y = 4$ og $x + z = 4$. Finn $\int_T \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ der T er overflaten til V , og $\mathbf{n}$ peker ut av V .
- c) Finn linjeintegralet $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ der C er randkurven til den delen av T som ligger i planet $x + z = 4$. Du kan selv velge orientering på C .

Lykke til!