

Oppgave 2.2.5

Trekantulikheten: $|\vec{x} + \vec{y}| \leq |\vec{x}| + |\vec{y}|$

a) $|\vec{x}| = |(\vec{x} - \vec{y}) + \vec{y}| \leq |\vec{x} - \vec{y}| + |\vec{y}|$

$$|\vec{x}| - |\vec{y}| \leq |\vec{x} - \vec{y}|$$

$$-(|\vec{x}| - |\vec{y}|) = |\vec{y}| - |\vec{x}| \leq |\vec{x} - \vec{y}|$$

$$||\vec{x}| - |\vec{y}|| \leq |\vec{x} - \vec{y}|$$

b) Sett $f(\vec{x}) = |\vec{x}|$. Viste da over:

$$|f(\vec{x}) - f(\vec{y})| \leq |\vec{x} - \vec{y}|$$

Derfor: Hvis $|\vec{x} - \vec{y}| < \varepsilon$, så er $|f(\vec{x}) - f(\vec{y})| < \varepsilon$

kan derfor sette $\delta = \varepsilon$

Dermed er $f(x) = |\vec{x} - \vec{a}|$ også kontinuerlig siden $\vec{x} \rightarrow \vec{x} - \vec{a}$ er kont., og $|\vec{x}|$ er kont.

(dette er en sammensetning av de to.

c) $f(x) = \frac{1}{|x-a|}$ er også kont., siden brøker der teller/nevner er kont., er også kont.

2.4.1 f) $f(x, y, z) = \frac{z^2 \tan x}{1 + y^2}$

$$(\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{z^2}{(1+y^2)\cos^2 x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-z^2 \tan x \cdot 2y}{(1+y^2)^2} = \frac{-2yz^2 \tan x}{(1+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{2z \tan x}{1+y^2}$$