

18. september 2025

MAT 1120

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 2. oktober 2025, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av L^AT_EX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer. Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt.

Sammarbeidsmulighet for denne obligatoriske oppgaven: Det er åpent for at inntil 3 studenter kan samarbeide om en felles besvarelse. Alle 3 skal levere inn hver sin besvarelse i Canvas og det skal framgå tydelig hvem man har samarbeidet med om bevarelsen.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med faglærer senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

Kravet for å få godkjent denne oppgaven er at den er leveret inn (i Canvas). Du velger selv hvor mye du vil svare på, og du vil få tilbakemelding på det du har levert. Det viktigste med oppgaven er å få trening i å løse oppgaver, noe som definitivt vil gjøre deg bedre rustet til å takle eksamen når den kommer mot slutten av semesteret.

LYKKE TIL!

Oppgaven består av mange enkeltoppgaver hentet fra vektorromteori, dimensjonsspørsmål, utregning av dimensjon og spektralteori (alt som har med egenverdier og egenvektorer å gjøre). Oppgaven er ment som en øvelse som samtidig vil gi deg en sjekk på om du behersker de grunnleggende teknikkene.

Oppgave 1. a) Finn en basis for underrommet av $\mathbb{R}^4$ definert ved

$$\left\{ \begin{pmatrix} a+b \\ 2a \\ 3a-b \\ -b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

b) Finn en basis for underrommet av $\mathbb{R}^3$ definert ved

$$\left\{ \begin{pmatrix} a+b+2c \\ 2a-b+c \\ 3a-b+2c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

Oppgave 2. Finn basis for rommet utspent av vektorene

a)	b)
$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
c)	d)
$\begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Oppgave 3. Finn basis for nullrom og søylerom for matrisene.

a)	b)
$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$	$A = (1)$
c)	d)
$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Oppgave 4. a) Hvis nullrommet til en 5×6 -matrise A er 4-dimensjonalt, hva er da rangen til matrisen A ?

b) Hvis A er en 6×8 -matrise, hva er da den største mulige dimensjonen til $\mathcal{N}(A)$? Og hva hvis A er en 8×6 -matrise.

c) Hvis A er en 6×8 -matrise, hva er da den største mulige rangen til A ? Og hva hvis A er en 8×6 -matrise.

Oppgave 5. Regn ut det karakteristiske polynomet til matrisene

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Oppgave 6. Finn egenverdiene til matrisen A .

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$