20. oktober 2022

MAT1140

Obligatorisk oppgave 2 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 3. november 2022, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Oppgave 1. For en delmengde $A \subset \mathbb{N}$ lar vi $P(A)$ være utsagnet "A har et minste element". La

$$B = \{n \in \mathbb{N} : \forall A \subset \mathbb{N}, n \in A \Rightarrow P(A)\}$$

(a) Bevis at $B = \mathbb{N}$.

(b) Bevis at $\mathbb{N}$ er velordnet.

Oppgave 2. I denne oppgaven skal vi gi et bevis for at for en uendelig mengde $A \subset \mathbb{N}$ så fins en unik voksende bijeksjon $f : \mathbb{N} \to A$.

Vi starter med å si at $m \in A$ er en tillatt verdi i $n \in \mathbb{N}$ dersom det fins en voksende injeksjon $f : \mathbb{N}_{n+1} \to A$ slik at $f(\mathbb{N}_{n+1})$ er en initiell delmengde av A. I så fall sier vi ogå at n er et tillatt element. (En mengde $B \subset A$ er initiell dersom $k \in B \Rightarrow l \in B$ for alle $l \in A$ med $l \leq k$.)

(a) Bevis at en voksende injeksjon er strengt voksende.

(b) Anta at $f : \mathbb{N}_{n+1} \to A$ er en voksende injeksjon slik at $f(\mathbb{N}_{n+1})$ er en initiell delmengde av A. Vis at for $k \leq n$ så er $f(\mathbb{N}_k)$ en initiell delmengde av A. Konkluder med at alle $k \leq n$ er tillatte elementer.

(c) Vis at dersom $f, g : \mathbb{N}_{n+1} \to A$ er voksende injeksjoner med initielle bilder, så er $f = g$.

(d) Vis at det fins en unik voksende bijeksjon $f : \mathbb{N} \to B$.