

MAT1140

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 8. oktober 2026, klokken 14:30 i Canvas (canvas.uio.no).

Instruksjoner

Merk at man har **ett forsøk** på å få oppgaven godkjent. Dette betyr at det ikke lenger gis andregangsforsøk.

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av $\text{\LaTeX}$). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) senest samme dag som innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Kravet for å få godkjent obligen er at den er levert inn (i Canvas).

Oppgave 1. Anta at P , Q og R er utsagn slik at utsagnet $(P \vee Q) \Rightarrow R$ er sant. Hvilke av følgende utsagn må være sanne? Begrunn svaret ditt.

a) $P \Rightarrow (Q \wedge R)$.

b) $\neg R \Rightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$.

Oppgave 2. La A være en mengde. La $Q(\mathcal{B})$ betegne predikatet

$$Q(\mathcal{B}) : \bigcup \mathcal{B} = A.$$

Vis at $Q(\mathcal{B})$ er mengdebyggende, altså at det fins en mengde C slik at

$$\forall \mathcal{B} \left(\mathcal{B} \in C \iff Q(\mathcal{B}) \right).$$

Oppgave 3. La $A = \{0, 1, 2\}$. Definer en funksjon $f: A \rightarrow A$ ved

$$f(0) = 1,$$

$$f(1) = 0,$$

$$f(2) = 1.$$

a) Avgjør om f injektiv og/eller surjektiv.

b) Finn et element $x \in A$ slik at $f|_{A_1}: A_1 \rightarrow A_2$ er en bijeksjon, der $A_1 = A \setminus \{x\}$ og $A_2 = f[A_1]$.

Oppgave 4. La A og B være mengder. Definer en funksjon $\Phi: \mathcal{P}(B)^A \rightarrow \mathcal{P}(A \times B)$ ved

$$\Phi(f) = \{(x, y) \in A \times B : y \in f(x)\}, \quad f \in \mathcal{P}(B)^A.$$

Vis at Φ er en bijeksjon.

Oppgave 5. I emnet har vi definert addisjon av naturlige tall rekursivt ved følgende formel for alle $a, b \in \mathbb{N}$:

$$a + 0 = a,$$

$$a + s(b) = s(a + b).$$

I forelesningen viste vi at addisjon er en assosiativ binæroperasjon. I denne oppgaven skal du vise at addisjon er en kommutativ binæroperasjon med 0 som nøytralt element. Husk at $1 = s(0)$.

- a) Vis at $0 + a = a$ for alle $a \in \mathbb{N}$ ved induksjon. Konkluder med at 0 er et nøytralt element for addisjon.
- b) Vis at $a + 1 = s(a)$ og at $1 + a = s(a)$ for alle $a \in \mathbb{N}$ (det første beviset fungerer fint uten induksjon, mens det andre krever induksjon). Konkluder med at $a + 1 = 1 + a$ for alle $a \in \mathbb{N}$.
- c) Vis ved induksjon at $a + b = b + a$ for alle $a, b \in \mathbb{N}$. (Hint: Bruk a, og assosiativitet av addisjon i kombinasjon med b.)