DOBBELT SUMMERTE REKKER.

- Vet hva det vil si at $a_n \to a$.
- Hva nå om vi har en matrise

(1) → a_{11} a_{12} a_{13} .....

(2) → a_{21} a_{22} a_{23} . . .

(3) → a_{31} ⋮ ⋮

a_{41} ⋱

⋮

og vi ønsker å summere a_{ij}'ene?

EKS:

$$\begin{matrix} -1 & \frac{1}{2} & (\frac{1}{2})^2 & (\frac{1}{2})^3 & \cdots \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} & (\frac{1}{2})^2 & (\frac{1}{2})^3 \cdots \\ 0 & 0 & -1 & \frac{1}{2} & (\frac{1}{2})^2 \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots \end{matrix}$$

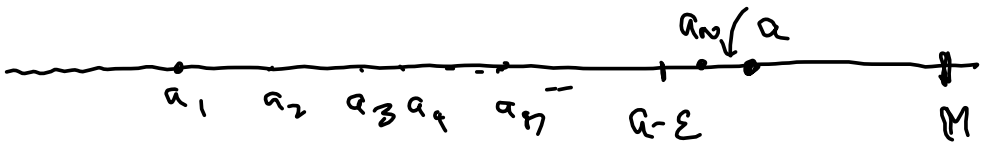
- $\sum_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} \right) = \sum_{i=1}^{\infty} 0 = 0.$

$\therefore \sum_{j=1}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^{\infty} a_{ij} \right) = -2.$

DEF 2.4.1 En følge $\{a_n\}$ er voksende dersom $a_{n+1} \geq a_n$, og avtagende dersom $a_{n+1} \leq a_n$, for alle $n \in \mathbb{N}$.

Teorem 1.5 Dersom $\{a_n\}$ er monoton og begrenset så er $\{a_n\}$ konvergent.

Bevis: Se på voksende.



Siden $\{a_n\}$ har en øvre skranke M har $\{a_n\}$ en minste øvre skranke a.

Påstår at $a_n \to a$ når $n \to \infty$

La $\varepsilon > 0$.
Da finns a_N s.a. $a - \varepsilon < a_N \leq a$.
Men da er $|a - a_n| < \varepsilon$ for $n \geq N$.

∎

Korollar: La $0 \leq a_n \leq b_n$.
Dessom $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergve,
så konvergerer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Bevis: $S_N = \sum_{n=1}^{N} b_n$.

$\lim_{N \to \infty} S_N = S$.

$S_N' = \sum_{n=1}^{N} a_n$.

$S_N' \leq S_N \leq S$

Teoremet over implisserer at S_N' er konvergent.

Teorem 1.8 Dersom $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ er konve