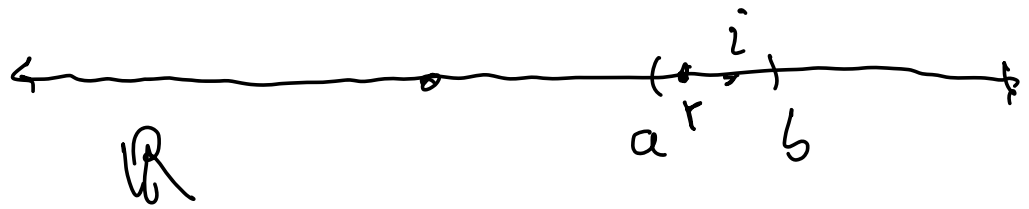
Kardinalitet

- Ha sett at $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ som en ekte delmengde - $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- Faktisk er det slik at dersom vi lar $\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ betegne de irrasjonale tallene så er både $\mathbb{I}$ og $\mathbb{Q}$ tette i $\mathbb{R}$



- Hvor mye større er $\mathbb{R}$ enn $\mathbb{Q}$?

- Hva betyr for to vendelige mengder å være like store?

DEF 1.5.1: La $f: A \to B$ være en avbildning,

- f er 1-1 eller injektiv dersom $f(a_1) = f(a_2) \Rightarrow a_1 = a_2$.
- f er på eller surjektiv dersom for alle $b \in B$ finns $a \in A$ med $f(a) = b$,
- Hvis f er 1-1 og på er f en bijeksjon.

DEF. 1.5.2. A og B har samme kardinalitet dersom det finns en bijeksjon $f: A \to B$. Vi skriver vi $A \sim B$.

EKS 1 $\mathbb{N}$ og $\{n \in \mathbb{N} : n = 2k\}$ har samme kardinalitet.

Se på $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definert ved $f(k) = 2k$.

EKS 2 La $f: (-1,1) \to \mathbb{R}$ være definert ved

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2}.$$

Da er f 1-1 og på.

$$f'(x) = \frac{(1-x^2)-x\cdot 2x}{(1-x^2)^2}$$

$$= \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$$

$(-1,1) \sim \mathbb{R}$.

DEF 1.5.5 A er tellbar dersom

$$A \sim \mathbb{N}.$$

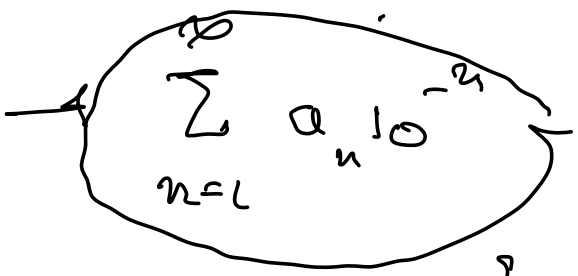
Teorem 1.5.6 (i) $\mathbb{Q}$ er tellbar.

$\Rightarrow$ (ii) $\mathbb{R}$ er ikke tellbar

$0.5000000\ldots$

$=$

$0.4999999\ldots$



$a_n \in \{0, \ldots, 9\}$.

$0.a_1 a_2 \ldots a_k \mid a_{k+1}\ 0000000\ldots$

$0.b_1 b_2 \ldots b_k \mid b_{k+1}\ 9999\ldots$

$b_{k+1} = a_{k+1} - 1$