UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Underveiseksamen i:	MAT2200 – Grupper, ringer og kropper.
Eksamensdag:	Onsdag 16/3, 2005.
Tid for eksamen:	Kl. 09.00–12.00.
Vedlegg:	Ingen.
Tillatte hjelpemidler:	Godkjent kalkulator.
Oppgavesettet er på 1 side.	

Oppgave 1. La S_4 være gruppen av permutasjoner av $\{1,2,3,4\}$. La X være mengden av par av disjunkte delmengder av $\{1,2,3,4\}$ med 2 elementer, dvs.

$$X = \{(\{1,2\},\{3,4\}),(\{1,3\},\{2,4\}),(\{1,4\},\{2,3\})\}$$

a) Vis at det er en naturlig surjektiv gruppehomomorfi $\varphi : S_4 \to S_X \simeq S_3$. Beskriv elementene i $\ker(\varphi)$ i sykel notasjon og beskriv gruppen $\ker(\varphi)$.

b) Vis at A_4, gruppen av jevne permutasjoner av $\{1,2,3,4\}$, har en normal undergruppe av orden 4.

Oppgave 2. La H være en undergruppe av en gruppe G. Sett $gHg^{-1} := \{ghg^{-1} \mid h \in H\}$. Definer normalisatoren til H som

$$N(H) := \{g \in G \mid gHg^{-1} = H\}.$$

a) Vis at $N(H)$ er en gruppe og at H er en normal undergruppe av $N(H)$.

b) La $GL_2(\mathbb{R})$ være gruppen av invertible 2×2 matriser over $\mathbb{R}$ og la $T \leq GL_2(\mathbb{R})$ være undergruppen av diagonal-matriser $\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \mu \end{pmatrix}$, $\lambda\mu \neq 0$. Beregn $N(T)$ og vis at $N(T)/T \simeq \mathbb{Z}_2$.

Oppgave 3. Finn alle moniske irreduktible annen grads polynomer i $\mathbb{Z}_2[x]$. Dvs. alle irreduktible polynomer på formen $x^2 + ax + b$ med $a, b \in \mathbb{Z}_2$.

SLUTT