

MAT2500 HØSTEN 2009
OBLIGATORISK OPPGAVESETT 1

Innleveringsfrist: Fredag 18. september kl. 14.30

Oppgave 1

La $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 3, 1)$, $C = (3, 1, 2)$ være tre punkter i rommet \mathbb{R}^3 .

- a) Gi en parameterframstilling for linja gjennom A og B .
- b) Bestem arealet av trekanten ABC . Finn avstanden fra origo til planet trekanten ligger i.

Oppgave 2

a) I et rektangel $ABCD$ med $|B - A| > |C - B|$ fjerner vi kvadratet $AEFD$, der E ligger på linjestykket AB og F på CD . Dersom det gjenværende rektangelet $BCFE$ er formlikt med det opprinnelige rektangelet $ABCD$, sier vi at forholdet $|B - A|/|C - B|$ er *det gyldne forhold*. Vis at det gyldne forhold er lik $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.

b) Et kvadrat er innskrevet i en halvsirkel slik at to hjørner ligger på diameteren og to hjørner på sirkelen. La a være lengden av sidekantene til kvadratet og la b være lengden til den ene av de to delene av diameteren som ligger mellom kvadratet og sirkelen. Vis at a/b er det gyldne forhold.

c) En likesidet trekant er innskrevet i en sirkel. En korde til sirkelen deler to av trekantsidene på midten. La t være lengden til den delen av korden som ligger inne i trekanten, og la s være lengden til den ene av de to delene av korden som ligger mellom trekanten og sirkelen. Vis at t/s er det gyldne forhold.

Oppgave 3

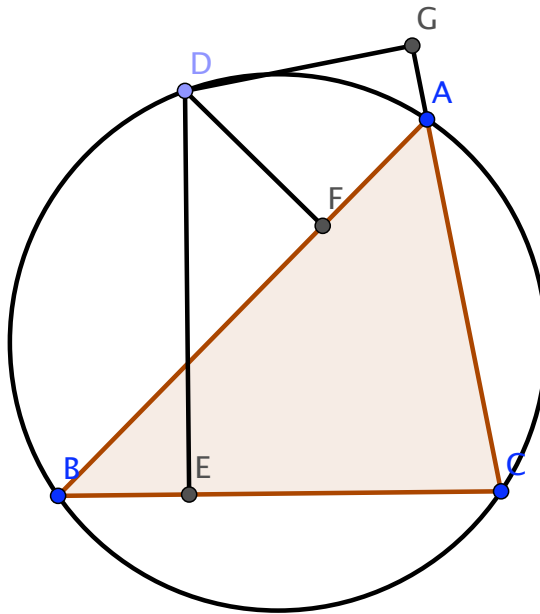
La ABC være en trekant i planet, og la D være et punkt på den omskrevne sirkelen til trekanten. La henholdsvis E , F , G betegne skjæringspunktet mellom normalen fra D på henholdsvis linjene gjennom B og C , A og B , C og A (se Figur 1). Vis at punktene E , F og G er kolineære. (Linja gjennom dem kalles *Simsons linje*.)

Hint: Start med å betrakte firkanten $BEFD$ (se Figur 2). Vis at den er syklisk, og at det følger av dette at vinklene $\angle FBD$ og $\angle FED$ er like og at vinklene $\angle BDE$ og $\angle BFE$ er like.

Tilsvarende betraktning av firkanten $FAGD$ viser at vinklene $\angle AFG$ og $\angle ADG$ er like. Det gjenstår nå et resonnement om motstående vinkler i firkantene $BCAD$ og $ECCD$.

Figure 1:

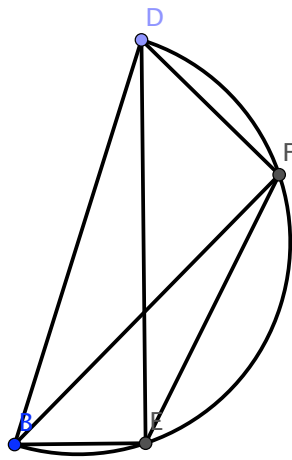
(0.18, 10.6)



(12.96, 0.04)

Figure 2:

(1.11, 10.64)



(16.34, 0.21)